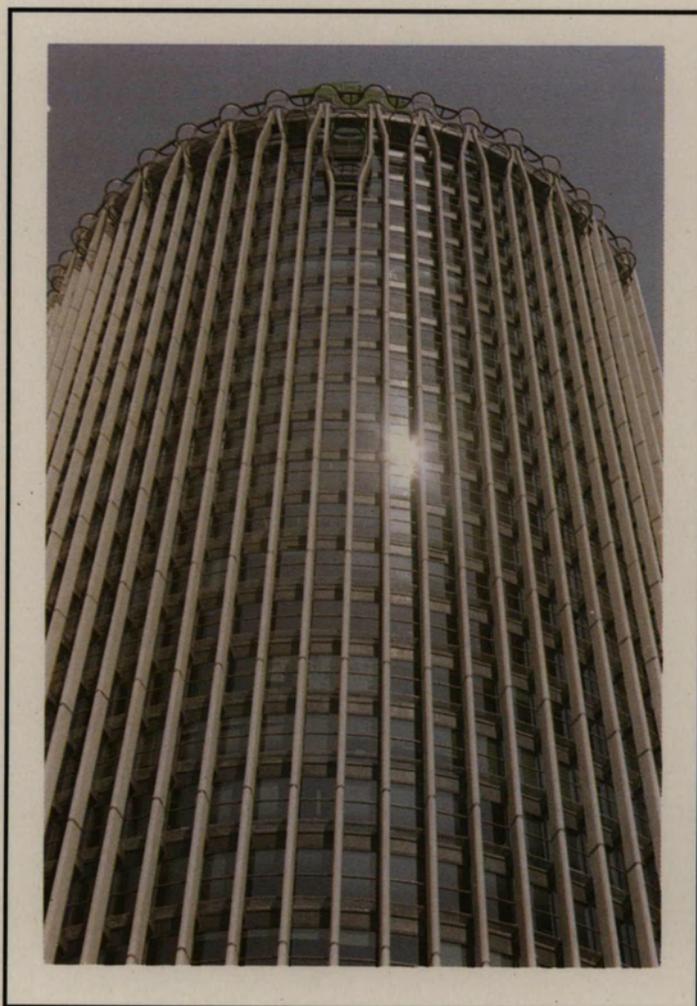




MEMBERSHIP INFORMATION



***DIBUJO, MATEMÁTICAS Y
TECNOLOGÍA PARA VIVIR EN LA
COMUNIDAD DE MADRID***



Comunidad de Madrid

CONSEJERIA DE EDUCACION

Dirección General de Ordenación Académica



Dibujo, Matemáticas y Tecnología para vivir en la Comunidad de Madrid

**Proyecto tecnológico y otras actividades para el Segundo
Ciclo de Educación Secundaria para Personas Adultas**

Agustín Ortega Cintas



Comunidad de Madrid

CONSEJERIA DE EDUCACION

Dirección General de Ordenación Académica

Esta versión digital de la obra impresa forma parte de la Biblioteca Virtual de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y las condiciones de su distribución y difusión de encuentran amparadas por el marco legal de la misma.

www.madrid.org/edupubli

edupubli@madrid.org



Biblioteca Virtual

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

Coordinación técnica: Carmen Galán y Eva M^a Jiménez

COLECCIÓN: MATERIALES CURRICULARES. N^o 18

© Consejería de Educación. Dirección General de Ordenación Académica Madrid. 2002.

Tirada: 2.000 ejemplares
Edición: julio/2002

Depósito legal: M-41.849 - 2002
I.S.B.N.: 84-451-2304-1
Imprime: **B.O.C.M.**

“... a las raíces profundas no llega la escarcha...”
Del libro “El Señor de los Anillos” de J.R.R. Tolkien

*A mis padres,
a mi esposa Gloria,
y a mi hija Carmen María que acaba de nacer.*

ÍNDICE

Págs.

PRESENTACIÓN	11
CAPÍTULO I. CARACTERÍSTICAS DIDÁCTICAS	13
1. Aspectos generales	13
2. Justificación	17
3. Objetivos	19
4. Los contenidos y su distribución	29
5. Tratamiento de las enseñanzas transversales	51
6. Evaluación	53
7. Material necesario para realizar las actividades	61
CAPÍTULO II. ENUNCIADOS DE LAS ACTIVIDADES DE ENTRENAMIENTO	63
ACTIVIDAD 1. El proyecto	63
ACTIVIDAD 2. Las dimensiones del solar	66
ACTIVIDAD 3. Dibujo de una planta cuadrada a escala	66
ACTIVIDAD 4. Plantas hexagonales, ¿por qué no?	67
ACTIVIDAD 5. La superficie de un hexágono	69
ACTIVIDAD 6. Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica	69
ACTIVIDAD 7. Volumen de un piso	71
ACTIVIDAD 8. Dibujo del tejado	72
ACTIVIDAD 9. Volumen entre el tejado y la última planta	73
ACTIVIDAD 10. Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado? ..	73

ACTIVIDAD 11. Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid	74
ACTIVIDAD 12. El arte y las matemáticas	75
ACTIVIDAD 13. Dibujo del piso ideal	76
ACTIVIDAD 14. ¿Ahorrar o pedir prestado?	77
ACTIVIDAD 15. De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros	80
ACTIVIDAD 16. ¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?	82
ACTIVIDAD 17. Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso	84
ACTIVIDAD 18. Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado	85
ACTIVIDAD 19. El azar, los sorteos y Borges	88
ACTIVIDAD 20. Cómo hacer un reloj de sol	91
ACTIVIDAD 21. Juguemos a diseñar un barrio	92
ACTIVIDAD 22. Por los gastos para la adquisición de vivienda... ¿Rebajas en el IRPF? ..	98

CAPÍTULO III. SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE ENTRENAMIENTO 101

ACTIVIDAD 1. El proyecto	101
ACTIVIDAD 2. Las dimensiones del solar	108
ACTIVIDAD 3. Dibujo de una planta cuadrada a escala	109
ACTIVIDAD 4. Plantas hexagonales ¿por qué no?	110
ACTIVIDAD 5. La superficie de un hexágono	112
ACTIVIDAD 6. Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica	114
ACTIVIDAD 7. Volumen de un piso	118
ACTIVIDAD 8. Dibujo del tejado	119
ACTIVIDAD 9. Volumen entre el tejado y la última planta	120
ACTIVIDAD 10. Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado? ..	121
ACTIVIDAD 11. Edificios con forma de prima oblicuo en Madrid	123
ACTIVIDAD 12. El arte y las matemáticas	125

ACTIVIDAD 13. Dibujo del piso ideal	128
ACTIVIDAD 14. ¿Ahorrar o pedir prestado?	130
ACTIVIDAD 15. De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros	137
ACTIVIDAD 16. ¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?	142
ACTIVIDAD 17. Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso	144
ACTIVIDAD 18. Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado	145
ACTIVIDAD 19. El azar, los sorteos y Borges	148
ACTIVIDAD 20. Cómo hacer un reloj de sol	149
ACTIVIDAD 21. Juguemos a diseñar un barrio	153
ACTIVIDAD 22. Por los gastos para la adquisición de vivienda... ¿Rebajas en el IRPF? ...	155
CAPÍTULO IV. ENUNCIADOS DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS	167
CAPÍTULO V. SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS	181
BIBLIOGRAFÍA	185
ANEXO	187

PRESENTACIÓN

En las sociedades avanzadas se concibe la educación como un proceso que posee un valor permanente y que se extiende a través de toda la vida. Así concebida aquélla, uno de los principios de calidad que existen en los sistemas educativos es la educación de personas adultas, que constituye el principal medio para promover la equidad que garantiza la igualdad de oportunidades.

La legislación considera como un derecho de todos los ciudadanos el tener la posibilidad de adquirir, completar o ampliar sus conocimientos para el desarrollo personal y profesional.

Por eso, nos produce gran satisfacción presentar el libro *Dibujo, Matemáticas y Tecnología para vivir en la Comunidad de Madrid*, que nace como fruto de la experiencia docente del autor y está destinado a la enseñanza de las personas adultas que están cursando la Educación Secundaria.

Su enorme experiencia en este terreno se percibe en toda la obra. Por citar alguna característica, destaca la minuciosidad de la programación, el carácter interdisciplinar, el planteamiento metodológico riguroso, que favorece el aprendizaje significativo, y todo a partir de la realización de un conjunto de actividades que giran en torno un supuesto práctico, como puede ser la adquisición de una vivienda, hecho motivador para el alumnado, puesto que conecta con su vida cotidiana, con sus propias inquietudes e intereses y su entorno. Otra novedad radica en que muchas de las actividades se basan en realidades de la Comunidad de Madrid.

Por último, cabe resaltar la calidad del trabajo, que consiguió el Tercer Premio en el Noveno Certamen de Materiales de Desarrollo Curricular.

Con su publicación en la Colección Materiales Curriculares, la Consejería pretende facilitar la labor educativa del profesorado en la Educación de Personas Adultas, que dispone de menos recursos bibliográficos para el desempeño de su labor docente. También desde aquí, animamos a los profesores a que presenten sus trabajos al Certamen, que se convoca todos los años, siguiendo así el ejemplo del autor de este excelente libro.

Carlos Mayor Oreja
Consejero de Educación

CAPÍTULO I

CARACTERÍSTICAS DIDÁCTICAS

1. ASPECTOS GENERALES

1.1. ¿A quién va dirigido este trabajo?

El presente trabajo es un material didáctico destinado a los alumnos y profesores del campo de Matemáticas de ESPA II; hay capítulos para uso directo de los alumnos y otros, de carácter técnico, destinados exclusivamente al profesorado. El campo de Matemáticas, en la Educación Secundaria para Personas Adultas, de alguna forma aúna, o intenta aunar, los objetivos y contenidos de las asignaturas de Matemáticas, Dibujo y Tecnología que se imparten en la ESO, por ello se tratan contenidos de las tres disciplinas académicas. Dadas las características de las actividades, también pueden ser utilizadas como material complementario de los libros de texto de Educación Secundaria para Personas Adultas a Distancia.

1.2. ¿En qué consiste?

La modalidad didáctica que se ha escogido está basada en el *supuesto práctico*. Se plantea un argumento y las actividades que tiene que realizar el alumno giran en torno a este argumento.

¿Qué “argumento” se emplea? Imaginemos que un alumno quiere adquirir una vivienda; después de mucho pensar y buscar, decide que la mejor opción es constituir o entrar en una cooperativa de viviendas; una vez en esta situación, y en las que derivan de ella, surgen muchas tareas que hay que realizar, y es necesario poner en juego muchos conocimientos adquiridos en el campo de Matemáticas de ESPA II. Este trabajo didáctico consta tanto de actividades relacionadas con la vivienda en su fase de diseño, como de actividades relacionadas con la vivienda una vez que se vive en ella.

Algunas de las actividades son apropiadas para el llamado *Proyecto Tecnológico* que aparece en las orientaciones didácticas legales para el campo de Matemáticas del módulo 3 de ESPA II. Las actividades también recogen contenidos de la asignatura optativa *Ampliación de Matemáticas* del módulo 4 e incluso algunos del módulo 2 que pueden servir de repaso. Actualmente existen muchos centros en los que el módulo 3 abarca práctica-

mente el grueso de los contenidos del segundo ciclo de ESPA, es decir, es como si hubiera “fagocitado” la *Ampliación de Matemáticas* del módulo 4, y dicho módulo 4 se destina para otras asignaturas optativas. Sea cual sea la situación, se puede decir que las actividades están pensadas para el campo de Matemáticas de ESPA II en su conjunto.

La primera de las actividades es en la que hay que analizar y plantear las fases de un proyecto. El resto de las actividades están relacionadas con determinadas fases del proyecto y con la vida diaria en la vivienda. ¿Por qué se ha escogido un tema que da lugar a un proyecto que el alumno no puede desarrollar desde el principio hasta el final? La respuesta es muy sencilla: se ha intentado escoger un tema que comprenda actividades que tengan que ver con aspectos cotidianos de la vida del alumno. Con el tema escogido ha sido muy fácil, por ejemplo, plantear actividades relacionadas con los préstamos hipotecarios o con el IRPF, siendo muy probable que estos temas estén dentro de la esfera de intereses que el alumnado adulto tiene en su vida cotidiana.

1.3. ¿Cómo son las actividades?

Las actividades se han elaborado según los criterios siguientes:

- Se ha buscado en todo momento plantear contenidos que puedan ser útiles en la vida cotidiana del alumno.
- La mayoría de las actividades se relacionan de forma directa o indirecta con la Comunidad de Madrid, para que el alumno relacione la actividad académica con el entorno inmediato, y esto siempre es un elemento motivador.
- Se ha intentado introducir al menos una actividad por cada unidad temática del campo de Matemáticas de ESPA II; así hay una actividad en la que aparecen las ecuaciones de primer grado, otra relacionada con la estadística, otra con las técnicas básicas de dibujo, otra con las fases de un proyecto tecnológico, etc.
- Se ha intentado utilizar un estilo de lenguaje que se podría llamar coloquial, con el fin de hacer el texto más ameno al profesorado y al alumnado; pero también es cierto que no se ha renunciado al rigor, la amplitud y la redundancia educativa que en cada actividad se ha estimado conveniente.
- El alumnado adulto tiene una serie de características especiales, y entre ellas destaca que hay muchas personas que asisten irregularmente a clase; es posible, por ejemplo, encontrar alumnos que aparecen en el aula al cabo de un mes sin venir a clase. Sin embargo, son alumnos que si se les da posibilidades pueden seguir su proceso educativo ya que suelen contar con una excelente motivación, pero por circunstancias familiares o laborales no pueden asistir a los centros de adultos a diario. Las actividades están diseñadas para los alumnos que asisten de forma regular o irregular. La idea básica, para intentar conseguir un material que sirva a todo el mundo, consiste en presentar el enunciado de las llamadas *actividades de entrenamiento* en un capítulo y su *solución* en otro; en un capítulo posterior, se introducen los enunciados de una serie de *actividades propuestas*, parecidas a las que aparecen resueltas. Todo ello está estructurado para que un alumno de forma autónoma pueda abordar y realizar muchas de las actividades propuestas. El texto, de alguna forma,

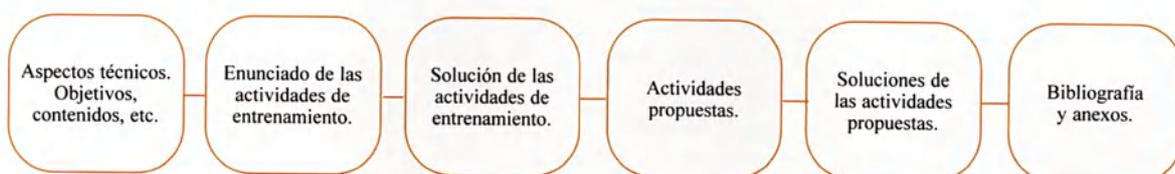
se inspira en los libros de *problemas resueltos*, que tan buen resultado nos han dado a muchos, tanto en la andadura docente como en el propio aprendizaje actual y pasado, cuando nosotros mismos éramos estudiantes.

- Las actividades pueden desarrollarse dentro o fuera de clase, puesto que la mayoría se relacionan con lugares físicos concretos.
- Se ha tenido mucho cuidado en diseñar actividades independientes, por ello no hace falta haber realizado una actividad previa para realizar otra. En algunas actividades existen referencias a otras pero se pueden obviar y seguir realizando la actividad en la que se esté centrado. La única excepción es la actividad 1, donde se explica la línea argumental, pero leyendo las primeras líneas ya se adquiere el contexto en el que se desarrolla el resto de actividades. Igualmente, en uno de los apartados de esta actividad se alude a otra. Es la excepción que confirma la regla. Se han confeccionado actividades independientes para permitir a los docentes utilizar el texto de forma parcial, ya que puede surgir la situación en la que un docente considere pertinente introducir en el aula unas actividades y otras no. Se trata de ofrecer el mayor número de posibilidades de utilización.
- En el capítulo de soluciones de las actividades de entrenamiento se hace referencia al material y a la información específica que hay que utilizar para las actividades. De todas formas, se ha incluido un apartado específico donde se describe el material necesario.
- En las actividades en las que se maneja dinero, se ha utilizado el euro. Incluso en la actividad relacionada con el IRPF, las tablas, que aparecen en pesetas en las instrucciones del impuesto que hay que pagar en el año 2001, se presentan en euros. No se ofrece la solución en pesetas por la elevada complejidad de la actividad, lo cual podría producir cierta confusión.

En la actividad 16 se ofrecen los resultados en pesetas y en euros. Esta actividad gira en torno a cómo poner un precio mínimo de referencia a un bien inmobiliario situado en la Comunidad de Madrid y se utilizan unas tablas, que en el momento de escribir estas líneas están en pesetas. Estas tablas las proporciona la Consejería de Hacienda de la Comunidad de Madrid a través de su página web, entre otros medios; dado que esta actividad no es muy compleja, se ha optado por ofrecer los resultados en pesetas y en euros. De esta forma se facilita el cambio cultural consistente en pasar de pensar en pesetas a pensar en euros.

1.4. ¿Cuál es la estructura de este material didáctico?

Este texto contiene varios capítulos que de forma esquemática se pueden presentar así:



1.5. ¿Cómo se pueden utilizar las actividades?

A continuación se presentan varias propuestas que pueden ser utilizadas en la práctica docente:

- La mayoría de las actividades pueden ser utilizadas en cada tema como “ejercicios estrella”; ¿qué significa “ejercicio estrella”? Son ejercicios que se utilizan en muchos libros de texto y consisten en ejercicios o actividades un poco más elaboradas que las demás, que se plantean al principio del tema cuando el alumno no ha aprendido los contenidos del tema que empieza. El momento de resolverlas, por parte del profesor o el alumno, es al final del tema, cuando se supone que el alumnado está en condiciones de afrontarlas.
- El material didáctico puede ser entregado a los alumnos para que lo estudien y puedan realizar las actividades propuestas de forma autónoma.
- El material didáctico puede utilizarse en actividades extraescolares.
- Las actividades pueden utilizarse como ejercicios en la fase de aprendizaje de los contenidos de los temas.

1.6. ¿Sirven las actividades para el 2º ciclo de la ESO?

La pregunta ha de responderse en función de la madurez y de la dinámica del grupo de alumnos considerado. Una vez analizados estos condicionantes, si se obtiene un resultado positivo, hay muchas actividades que sí pueden ser utilizadas en un IES.

Los alumnos adultos y los adolescentes tienen diferencias importantes, y este trabajo se ha concebido pensando en adultos. Sin embargo, entre los criterios con que se ha escrito, destaca el haber seleccionado los contenidos más prácticos y útiles posibles detectados en el currículo de Secundaria, y por ello es posible la utilización en el segundo ciclo, tanto de ESPA como de ESO.

2. JUSTIFICACIÓN

De alguna forma en este trabajo se está apostando por un modelo de enseñanza basado en el aprendizaje constructivo y significativo. El alumnado, a través de la resolución de problemas, participa en un proceso enseñanza-aprendizaje con el que va construyendo su conjunto de estrategias y recursos para enfrentarse con la vida y/o estudios posteriores. A la vez, el hecho de escoger problemas con enunciados referentes a asuntos cotidianos y al entorno próximo (la Comunidad de Madrid en este caso) añade una carga extra de significatividad en lo que se aprende.

El aprendizaje basado en la resolución de problemas tiene algunos inconvenientes; el principal que es un poco más lento que un aprendizaje teórico donde la información se presenta de una forma más abstracta y, por tanto, más resumida. Sin embargo, por la experiencia adquirida en las aulas de adultos y en las de adolescentes, el aprendizaje basado en la resolución de problemas cotidianos es más apropiado y duradero para la mayoría de los alumnos.

En el futuro, pueden aparecer cambios en el currículo y pueden aparecer en cualquier momento. Si ocurren, y ocurren en el sentido de adoptar objetivos y contenidos inundados de cuestiones prácticas y cotidianas, las actividades que se presentan en este libro son perfectamente válidas.

En ocasiones, las actividades van más allá de los contenidos del campo de Matemáticas y entran en otros campos de conocimiento; es inevitable e incluso se considera que es beneficioso. Esta forma de plantear las actividades se fundamenta en que la vida en sí misma es plural y si se intentara que esta pluralidad no tocara las actividades, introduciría un elemento demasiado artificial, contribuyendo a que el alumnado estructure su saber en los conocidos *compartimentos estancos*. Por estas razones, en este trabajo se opta por introducir actividades con un toque de pluralidad. Son ejemplos de actividades multidisciplinares aquellas en las que se trabaja con textos de Jorge Luis Borges, las cuales tienen cierto carácter interdisciplinar, con contenidos del campo de Comunicación y del campo de Matemáticas. Otro ejemplo notable es la actividad 21, en la que se plantea, a modo de juego, el diseño de un barrio, y en la que se entrelazan contenidos del campo de Matemáticas y del campo de Sociedad.

Las actividades se han pensado para su aplicación en el aula, aunque con una adaptación mínima pueden ser desarrolladas fuera de ella. Esto se debe a que la base de las actividades lectivas está en los propios centros de adultos y en función de esta realidad, se ha intentado hacer un material útil y práctico para el día a día, aplicable sin complicaciones.

Los Temas transversales también están presentes en este trabajo. Por ejemplo, se ha incluido una actividad en la que se compara el coste del automóvil privado con el del transporte público. Esta actividad está impregnada de cuestiones que, lejos de intentar dogmatisar

zar, pretenden despertar en el alumnado cierto interés por conocer los costes reales, tanto explícitos como ocultos, de un elemento tan cotidiano como el transporte. De esta forma tan sencilla se insertan contenidos de *Educación Ambiental* y de *Educación del Consumidor*. La justificación, una vez más, está basada en ofrecer actividades entroncadas con lo cotidiano y, por lo tanto, significativas.

Otro elemento justificativo del presente trabajo es que en el mercado editorial es difícilísimo encontrar un material didáctico que se adapte al proyecto que legalmente hay que desarrollar en ESPA II. Por esta razón, el conjunto de profesores, en muchos casos, no tiene más remedio que elaborar su propio material didáctico. De hecho este texto, antes de estructurarse para el uso general de los docentes que lo estimen oportuno, se concibió como un material de uso particular. En definitiva, este trabajo pretende, modestamente y en la medida de lo posible, ofrecer al profesorado un material que no encuentra publicado fácilmente.

3. OBJETIVOS

Es sabido que el educador, cuando planifica su actividad docente, debe partir de un determinado marco legal. En este marco legal se especifican los objetivos educativos que se deben perseguir. En el caso de la educación de adultos, la legislación existente insta a los centros, en los que se imparte esta modalidad, a que elaboren proyectos curriculares conformes a unas pautas y conformes a la realidad del alumnado. También la legislación existente da unas orientaciones para redactar los apartados de objetivos, contenidos y criterios de evaluación. A partir de estos textos legales, cada centro puede generar un proyecto curricular diferente. Sin embargo, los objetivos generales son los mismos para todos, por ello es interesante especificar los que se han considerado en las actividades de este trabajo didáctico, porque es precisamente la utilización de estos objetivos lo que hace que el trabajo pueda ser utilizado en cualquier centro que imparta educación de adultos.

Teniendo en cuenta lo especificado en el párrafo anterior, las actividades concretas se han concebido para contribuir a que los alumnos alcancen una serie de *objetivos generales* presentes en las orientaciones legislativas. Después de plantear los objetivos generales legales, se especifican los *objetivos didácticos*. Estos objetivos didácticos se han concebido como objetivos operativos y concretos, siendo un instrumento para alcanzar los objetivos generales legales. Los objetivos didácticos adquieren su carácter práctico y operativo por el sencillo hecho de ser muy concretos.

En un primer subapartado se presentan los objetivos generales que se han considerado para elaborar las actividades, diferenciando entre los objetivos generales de la Educación de Adultos (presentes en el artículo 51.2 de la LOGSE) y los propios del campo de Matemáticas, que en Educación de Adultos une objetivos de Matemáticas, Tecnología y Dibujo de la Educación Secundaria Obligatoria. Estos objetivos aparecen en la *Resolución de 19 de julio de 1994 (BOE 11-8-94) sobre orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación del currículo de Educación Secundaria para Personas Adultas*. En un segundo subapartado se presentan los objetivos didácticos que sirven de herramientas para alcanzar los objetivos generales.

3.1. Objetivos generales

Los objetivos planteados se expresan entrecomillados porque se han extraído directamente del marco legal existente. Debido al número y a la extensión de las actividades de este trabajo quedan cubiertos prácticamente el 90% de los objetivos legalmente establecidos. La lista de los objetivos, que las actividades ayudan a conseguir, es la siguiente:

3.1.1. *Objetivos generales de la Educación de Adultos*

- “Adquirir y actualizar su formación básica y facilitar el acceso a los distintos niveles del sistema educativo”.
- “Desarrollar su capacidad de participación en la vida social, cultural, política y económica”.

3.1.2. *Objetivos generales del campo de Matemáticas*

- “Incorporar al lenguaje y modo de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa”.
- “Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas”.
- “Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizando técnicas de recogida de datos, procedimientos de medida y realizando con las distintas clases de números los cálculos apropiados a cada situación”.
- “Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones”.
- “Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas, y para representar esa información de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma”.
- “Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en objetos y modelos de la realidad, analizando las propiedades y relaciones implicadas, representándolas gráficamente y siendo sensible a la belleza que generan”.
- “Abordar con autonomía y creatividad problemas tecnológicos sencillos trabajando de forma ordenada y metódica para estudiar el problema, seleccionar y elaborar documentación pertinente, concebir, diseñar y construir objetos o mecanismos que faciliten la resolución del problema estudiado y evaluar su idoneidad desde diversos puntos de vista”.
- “Planificar, individual o conjuntamente, las fases del proceso de realización de una obra, analizar sus componentes para adaptarlas a los objetivos que se pretenden conseguir y revisar, al acabar, cada una de las fases”.
- “Valorar los sentimientos de satisfacción y disfrute producidos por la habilidad para resolver problemas que les permiten perseverar en el esfuerzo, superar las dificultades propias del proceso y contribuir de este modo al bienestar personal y colectivo”.

3.2. Objetivos didácticos de las actividades

Los objetivos didácticos están ligados a las actividades. Cada actividad “pretende algo”. Esta forma de entender el planteamiento didáctico induce a presentar las actividades y los objetivos unidos en este apartado. Se podría, en el capítulo siguiente, presentar los enunciados de las actividades acompañados de los objetivos, pero no se hace así porque estos enunciados podrían llegar a los alumnos y, dado que los objetivos didácticos son una información de carácter técnico, sería posible que el alumno se pudiera confundir.

Otra razón para presentar los objetivos de esta manera es facilitar la labor al profesorado. Se trata de que un profesor que empiece a leer una actividad, si consulta los objetivos asociados a ella, enseguida vea qué se pretende y pueda decidir con criterio si sigue o no leyendo los detalles de la actividad. El inconveniente, quizá, de esta forma de presentación es que hay objetivos cuyo enunciado aparece repetido porque hay actividades que los comparten, sin embargo, esta redundancia puede verse compensada por el hecho de facilitar el trabajo del profesor.

En este trabajo las actividades están divididas en *actividades de entrenamiento* y *actividades propuestas*. Existe un paralelismo entre las actividades de entrenamiento y las propuestas; por ejemplo, la actividad 18 de entrenamiento es equivalente a la actividad 18 propuesta, tienen prácticamente el mismo enunciado pero con otros datos de partida (en algún caso concreto, existe alguna pequeña variación para fomentar la creatividad del alumnado), por ello, siguiendo con el ejemplo, los objetivos que se presentan corresponden a la actividad 18 de entrenamiento y a la actividad 18 propuesta de forma conjunta.

Los objetivos se han redactado utilizando, tal y como aparece en la mayoría de la literatura pedagógica, los verbos en infinitivo. Hay que tener en cuenta que esta forma es una especie de resumen, es decir, un objetivo como “Utilizar escalas gráficas” podría ser redactado de la forma “Que el alumno aprenda a utilizar escalas gráficas” que es más explicativo pero más largo de leer. En este texto se ha utilizado la primera forma por estar en consonancia con la mayoría de la literatura existente.

Sin más preámbulos, seguidamente se muestra la relación de actividades y sus correspondientes objetivos didácticos.

ACTIVIDAD 1. El Proyecto

Objetivos didácticos:

- Establecer las etapas de un proyecto general y comprender la esencia de las mismas.
- Aprender los pasos críticos de la constitución y desarrollo de una cooperativa.
- Analizar algunos aspectos del mercado inmobiliario.
- Autoindagar en las propias capacidades creativas.
- Realizar un pequeño proyecto tecnológico abordando todas las etapas que conlleva.

ACTIVIDAD 2. Las dimensiones del solar

Objetivos didácticos:

- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Utilizar la expresión de la superficie de un rectángulo.

ACTIVIDAD 3. Dibujo de una planta cuadrada a escala

Objetivos didácticos:

- Utilizar escalas gráficas.
- Usar la regla y cartabón para dibujar ángulos rectos.
- Valorar adecuadamente las dimensiones de objetos y construcciones cotidianas.

ACTIVIDAD 4. Plantas hexagonales, ¿por qué no?

Objetivos didácticos:

- Utilizar escalas gráficas.
- Utilizar el compás en una actividad no sencilla.
- Dibujar un hexágono.
- Observar en la Comunidad de Madrid la existencia de estructuras arquitectónicas y de mobiliario urbano con planta poligonal no cuadrada.
- Conocer el contenido matemático de algunos cuentos de Jorge Luis Borges.
- Analizar el contenido matemático y figurativo de un texto literario.

ACTIVIDAD 5. La superficie de un hexágono

Objetivos didácticos:

- Descomponer figuras complejas para hallar su superficie.
- Utilizar la expresión del área de un triángulo.
- Utilizar el teorema de Pitágoras.
- Conocer algunos elementos de la historia de Pitágoras y su grupo.

ACTIVIDAD 6. Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

Objetivos didácticos:

- Analizar las distintas alturas con que se han construido los edificios en diferentes zonas de la Comunidad de Madrid.
- Conocer elementos históricos de la arquitectura, en concreto los relacionados con la *Bauhaus*.
- Conocer las características generales de cualquier dibujo representado en perspectiva caballera.
- Conocer las características generales de cualquier dibujo representado en perspectiva axonométrica.
- Representar un prisma recto de base cuadrada en perspectiva caballera.
- Representar un prisma recto de base cuadrada en perspectiva axonométrica.
- Utilizar escalas gráficas.

ACTIVIDAD 7. Volumen de un piso

Objetivos didácticos:

- Reconocer las distintas alturas de los pisos construidos en la Comunidad de Madrid, y relacionar estas alturas con las distintas épocas en que han sido construidos.
- Calcular el volumen de un prisma recto.
- Valorar las dimensiones de elementos cotidianos.

ACTIVIDAD 8. Dibujo del tejado

Objetivos didácticos:

- Reconocer los distintos tipos de cubierta de edificios que se han venido utilizando en la Comunidad de Madrid.
- Utilizar escalas gráficas.
- Dibujar una pirámide en perspectiva caballera.

ACTIVIDAD 9. Volumen entre el tejado y la última planta

Objetivos didácticos:

- Calcular el volumen de una pirámide.
- Valorar la utilización de cualquier espacio construido.

ACTIVIDAD 10. Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Objetivos didácticos:

- Calcular la superficie de una pirámide.
- Valorar la relación entre cálculos matemáticos abstractos o semiabstractos y cuestiones económicas cotidianas.
- Utilizar el teorema de Pitágoras.
- Calcular la superficie de un triángulo.

ACTIVIDAD 11. Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

Objetivos didácticos:

- Dibujar en perspectiva caballera un prisma oblicuo.
- Conocer edificios emblemáticos de la ciudad de Madrid.
- Utilizar escalas gráficas.

ACTIVIDAD 12. El arte y las matemáticas

Objetivos didácticos:

- Conocer elementos decorativos del paisaje urbano de la Comunidad de Madrid relacionados directamente con objetos matemáticos.
- Conocer las características de los poliedros regulares y de otros no regulares.
- Confeccionar en cartulina o en otro material una representación tridimensional de distintos poliedros.

ACTIVIDAD 13. Dibujo del piso ideal

Objetivos didácticos:

- Reconocer la forma de la planta de algunos edificios de la Comunidad de Madrid con forma sencilla.
- Dibujar en dos dimensiones un motivo de cierta complejidad como la planta de un edificio de viviendas y su correspondiente distribución en pisos.
- Utilizar escalas gráficas.
- Conocer los elementos básicos del número áureo.

ACTIVIDAD 14. ¿Ahorrar o pedir prestado?

Objetivos didácticos:

- Conocer algunas instituciones canalizadoras del ahorro.
- Conocer las posibilidades del ahorro con interés compuesto.
- Conocer las posibilidades del ahorro a través de aportaciones periódicas (anualidades).
- Calcular y valorar el tiempo necesario para ahorrar una determinada cantidad en unas determinadas condiciones.
- Conocer y calcular el coste de un préstamo hipotecario con interés fijo.
- Conocer ciertas características de un préstamo hipotecario con interés variable.

ACTIVIDAD 15. De las parábolas y su utilización en la arquitectura.

La Casa de las Flores en Madrid y otros

Objetivos didácticos:

- Reconocer las formas parabólicas en algunos edificios de la Comunidad de Madrid.
- Asociar ciertos edificios de la Comunidad de Madrid con la vida y aspectos culturales históricos de la Comunidad de Madrid.
- Resolver ecuaciones de 2º grado.
- Representar funciones gráficamente.

ACTIVIDAD 16. ¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

Objetivos didácticos:

- Conocer cómo valorar un piso o cualquier otra propiedad inmobiliaria en la Comunidad de Madrid.
- Utilizar Internet.
- Calcular con distintas clases de números.

ACTIVIDAD 17. Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso

Objetivos didácticos:

- Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas en una situación de utilidad práctica y concreta.

ACTIVIDAD 18. Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

Objetivos didácticos:

- Conocer infraestructuras concretas del transporte público de la Comunidad de Madrid.
- Utilizar la media como parámetro estadístico de centralización en una situación práctica.
- Valorar el coste económico y ambiental del transporte.
- Valorar la necesidad de evaluar el coste real de cualquier objeto o actividad de consumo.
- Calcular con distintas clases de números.
- Utilizar Internet.

ACTIVIDAD 19. El azar, los sorteos y Borges

Objetivos didácticos:

- Utilizar la ley de Laplace en casos sencillos.
- Valorar los juegos de azar en su justa medida y prevenir la posible aparición de ludopatías.
- Conocer las conexiones entre la literatura y las matemáticas, en concreto, el caso de Jorge Luis Borges.

ACTIVIDAD 20. Cómo hacer un reloj de sol

Objetivos didácticos:

- Construir un reloj de sol vertical y otro horizontal.
- Utilizar las razones trigonométricas para el diseño y construcción del reloj.
- Reconocer el reloj de sol como un elemento decorativo.
- Valorar el reloj de sol como un elemento sencillo de medida del tiempo conectado directamente con un fenómeno astronómico.
- Conocer dos relojes de sol presentes en la Comunidad de Madrid.
- Manejo de los distintos útiles de dibujo en una situación compleja.

ACTIVIDAD 21. Juguemos a diseñar un barrio

Objetivos didácticos:

- Conocer algunas de las soluciones urbanísticas más importantes aplicadas en la capital de la Comunidad de Madrid en los últimos 150 años.
- Valorar las soluciones que aportan los demás en problemas abiertos a diferentes soluciones.
- Valorar los distintos elementos urbanísticos que son útiles a la comunidad en su conjunto.
- Investigar en las propias posibilidades de influencia en el entorno.
- Utilizar escalas gráficas.
- Utilizar la media y la desviación típica (opcional) en una situación práctica.
- Investigar las ventajas y los inconvenientes de las distintas soluciones urbanísticas teniendo presente que se está ante un problema que actualmente se investiga en la comunidad científica, al no estar resuelto en su totalidad.

ACTIVIDAD 22. Por los gastos para la adquisición de vivienda... ¿Rebajas en el IRPF?

Objetivos didácticos:

- Realizar una declaración de la renta en una situación sencilla.
- Conocer la influencia de la adquisición de vivienda en el IRPF.
- Calcular con diferentes tipos de números.
- Conocer las peculiaridades del IRPF en la Comunidad de Madrid.

4. LOS CONTENIDOS Y SU DISTRIBUCIÓN

Los contenidos que tratan las actividades son los propios del módulo 3 del Campo de Matemáticas y de la optativa *Ampliación de Matemáticas* del módulo 4 de ESPA II. En cada centro la distribución de contenidos puede ser diferente entre el módulo 3 y el módulo 4. Sin embargo, sea como sea la distribución, se puede considerar que el campo de Matemáticas en ESPA II tiene una serie de contenidos que en un momento o en otro se pueden o se tienen que tratar. En algunas actividades se introducen contenidos de ESPA I; la justificación nace de la experiencia propia y ajena que indica que estos contenidos, en algunos centros, se tratan por primera vez, y en la mayoría de los centros se repasan en el curso de ESPA II.

Este texto se ha concebido para que pueda ser utilizado en cualquier centro, por eso la redacción de los contenidos que se muestra en párrafos posteriores se ha obtenido básicamente de las orientaciones de la *Resolución de 19 de julio de 1994 (BOE 11-8) sobre orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación del currículo de Educación Secundaria para Personas Adultas*. Por esta razón, la mayoría de los contenidos se presentan entrecomillados. En ocasiones se utilizan puntos suspensivos; se utilizan para indicar que se ha suprimido parte de la redacción aparecida en el BOE, y ello es porque se ha adaptado al máximo la redacción de los contenidos a las características reales de cada actividad.

Hay contenidos que no aparecen entrecomillados, porque no han aparecido en Boletín Oficial del Estado y surgen a raíz de los objetivos didácticos planteados para cada actividad.

La legitimidad por tanto para suprimir parte de la redacción aparecida en el BOE como para introducir nuevos contenidos radica, en primer lugar, en el hecho de que los preceptos legales establecen una serie de contenidos en calidad de orientación; y en segundo lugar, en la adaptación de las actividades a la realidad cotidiana del alumnado adulto. De todas formas, estos contenidos, como todo el trabajo, deben considerarse como una propuesta que se debe evaluar para decidir si se introduce en el currículo.

Cuando en la relación aparece, por ejemplo, actividad 6 y después los contenidos asociados a la misma, significa que los contenidos expresados se consiguen cubrir realizando la actividad 6 de entrenamiento y la actividad 6 propuesta, que recordemos que son prácticamente paralelas (en algunas actividades existen pequeñas variaciones para fomentar la creatividad del alumno).

¿Cuándo se deben tratar los contenidos?, ¿cómo es la *distribución*? Una posibilidad es tratar las actividades de entrenamiento en clase y las propuestas fuera de ella por parte del alumno, en el momento del curso en el que se esté tratando un tema cuyos objetivos y contenidos correspondan con los de las actividades. Por ejemplo, si en clase se está trabajando el tema de la representación gráfica de las funciones polinómicas de 2º grado, puede ser apropiado introducir la actividad nº 15, en la cual precisamente hay que representar una función polinómica de 2º grado.

Lo que se ha expresado en el párrafo anterior es una posibilidad de distribución de las actividades y de los contenidos; otra forma de distribuirlos consiste en hacer todas las actividades al final de curso; otra puede ser que el propio alumno vaya haciendo las actividades propuestas de forma autónoma cuando pueda, ya que el presente libro contiene, a través de las actividades de entrenamiento, la información necesaria para que esto sea posible.

La temporalización que aparece indicada en cada actividad corresponde a la actividad de entrenamiento. El tiempo que a un alumno le puede llevar realizar una actividad propuesta, se estima que es aproximadamente el mismo. Veamos un ejemplo: si en la actividad 6 aparece en la temporalización 1 h 30', significa que ese es el tiempo que se puede tardar en hacer la actividad 6 de entrenamiento, y por otra parte, el trabajo personal del alumno sobre la actividad 6 propuesta puede suponer, aproximadamente, otra hora y media.

Igual que se expresó en el apartado de objetivos, hay que tener en cuenta que en cualquier momento pueden aparecer en el BOE o en el BOCM nuevos preceptos legales para el currículo de educación de adultos con una nueva redacción de contenidos. Ello ha llevado a seleccionar y confeccionar actividades que traten contenidos que, en principio, parece difícil que desaparezcan del posible futuro currículo. Si hubiera variaciones notables, se estima que las actividades están redactadas de tal forma que la adaptación a cualquier currículo esperable sería fácil de hacer y pequeña.

Se llama la atención sobre las actividades 16 y 18, en las cuales se introducen contenidos relacionados con el uso de Internet con objeto de fomentar su conocimiento.

En la actividad 14 uno de los contenidos que se ha trabajado no es propiamente de ESPA sino que es de cursos posteriores, en concreto se trata del concepto y algunas propiedades de los logaritmos, necesarias para despejar una incógnita situada en un exponente. La justificación de esta aparición estriba en dos argumentos:

- a) Surge de forma natural en un problema práctico y que se considera útil como es el cálculo del tiempo que se tarda en ahorrar una determinada cantidad de dinero en unas determinadas condiciones. Dadas las posibilidades legales para confeccionar el currículo se estima que es un contenido que no está de más.
- b) Tal y como se ha tratado, eliminando el aparato matemático formal, se considera que son contenidos muy asequibles al alumnado de secundaria. La experiencia en el aula así me lo ha demostrado. Además, se da el fenómeno de que el alumno de secundaria suele considerar los logaritmos como algo inaccesible, sin embargo, cuando accede a ellos de una forma sencilla, como la que se ha intentado en este texto, se ha comprobado que se produce una reacción muy positiva, actuando la situación de elemento motivador frente a las matemáticas en general.

Especial justificación merecen también los contenidos de la actividad 18. En esta actividad se trabaja sobre los costes económicos y sociales del uso del automóvil privado y se ha comparado con los del uso del transporte público. El transporte es un tema muy polémico y se ha introducido de la forma más “aséptica” que ha sido posible. En cuanto al automóvil, que es el tema más polémico, se han señalado ventajas e inconvenientes de su uso. A pesar de la controversia que genera, se ha introducido por las razones siguientes:

- a) El problema del transporte está íntimamente ligado a cuestiones económicas y, por tanto, a cuestiones matemáticas. Su tratamiento, en un determinado grado, se puede realizar en la Educación Secundaria, siendo altamente instructivo. Así mismo, se ha encontrado una forma de engarzar la problemática del transporte con la línea argumental y pedagógica del trabajo, ya que incita a los alumnos a buscar medios de participación, cuya posibilidad real existe dentro de las reglas del “juego” democrático, en la gestión de los asuntos sociales que a todos nos atañen.
- b) Se ha entendido que el transporte puede ser un centro de interés para muchos alumnos por ser un asunto cotidiano en el que se invierte mucho tiempo y mucho dinero.

Espero que estas razones sean suficientes. Así mismo, se espera no herir la sensibilidad de nadie al señalar los costes sociales, ambientales y económicos del uso del automóvil privado. También se han señalado ventajas. Está en el ánimo del que escribe estas líneas: contribuir a generar un debate social sobre un tema tan importante para todos, como el uso racional de los medios de transporte, un debate que tan buenos resultados ha generado en países como Holanda, Bélgica o los países escandinavos; así debe entenderse el contenido de la actividad 18.

A continuación se exponen las actividades, los contenidos tratados y su posible temporalización.

ACTIVIDAD 1. “El proyecto”

Contenidos

Conceptos:

- “El proyecto técnico. Consideración de todas las fases que conlleva incluida la memoria”.
- La cooperativa de viviendas.

Procedimientos:

- Análisis de distintos aspectos involucrados en las cooperativas de viviendas. Fases de un proyecto.
- “Realización del proyecto tecnológico seleccionado. Diferenciación de las distintas etapas”.
- “Incorporación de criterios de seguridad y control de calidad en la planificación y ejecución de los trabajos”.
- “Realización, con cierta precisión, de informes sobre proyectos técnicos sencillos”.

- “Elaboración de presupuestos sencillos en el contexto de la planificación y diseño de proyectos técnicos”.
- “Confección de documentos administrativos básicos en contextos concretos y de acuerdo a las necesidades surgidas en el diseño y realización de proyectos técnicos”.

Actitudes:

- “Actitud emprendedora y creativa ante los problemas prácticos y satisfacción por la utilidad de los resultados obtenidos”.
- “Reconocimiento y valoración de la importancia de las técnicas de administración y gestión en el diseño y realización de proyectos tecnológicos”.
- Valoración de las cooperativas de viviendas como un instrumento útil para acceder a una vivienda a un precio asequible.

Temporalización: 3 horas.

ACTIVIDAD 2. Las dimensiones del solar

Contenidos

Conceptos:

- “Tratamiento algebraico de relaciones funcionales simples. Resolución de ecuaciones”.
- “Medidas de: superficie...”.

Procedimientos:

- “Resolución de ecuaciones de primer grado (...) utilizando los algoritmos de resolución algebraica”.
- “Utilización de fórmulas de (...) áreas de figuras planas para la obtención indirecta de medidas”.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje (...) algebraico”.
- “Valoración del lenguaje simbólico como una herramienta potente para expresar distintas situaciones y para resolver problemas”.

Temporalización: 15 minutos.

ACTIVIDAD 3. Dibujo de una planta cuadrada a escala

Contenidos

Conceptos:

- “Figuras en el plano (...). La representación a escala...”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.

Procedimientos:

- “Utilización de la representación a escala para medir magnitudes reales y aplicación de la escala para representar ideas y objetos en el plano”.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado ideas y objetos en plano”.
- Analizar las dimensiones de objetos y construcciones cotidianas.

Actitudes:

- “Valoración de la importancia de la representación gráfica en el diseño y realización de objetos técnicos”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- “Gusto por el orden y la limpieza en la elaboración y presentación de trabajos gráficos”.

Temporalización: 20 minutos.

ACTIVIDAD 4. Plantas hexagonales, ¿por qué no?

Contenidos

Conceptos:

- “Figuras en el plano (...). La representación a escala...”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- Características del hexágono.
- Literatura y matemáticas.

Procedimientos:

- “Utilización de la representación a escala para medir magnitudes reales y aplicación de la escala para representar ideas y objetos en el plano”.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado ideas y objetos en el plano”.
- Análisis de las dimensiones de objetos y construcciones cotidianas.
- Dibujo de un hexágono.
- Reconocimiento en la Comunidad de Madrid de elementos constructivos y decorativos con forma poligonal.
- Análisis y representación de los contenidos matemáticos de un texto literario de Jorge Luis Borges.

Actitudes:

- “Valoración de la importancia de la representación gráfica en el diseño y realización de objetos técnicos”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- “Gusto por el orden y la limpieza en la elaboración y presentación de trabajos gráficos”.
- Valoración de la interconexión entre las distintas esferas de la actividad humana, en concreto entre literatura y matemáticas.

Temporalización: 1 hora.

ACTIVIDAD 5. La superficie de un hexágono

Contenidos

Conceptos:

- “Ecuaciones de 2º grado”.
- “Teorema de Pitágoras”.
- “Relación entre las medidas directas de figuras y cuerpos geométricos y sus áreas...”.
- “Relación entre las medidas lineales y las de área de una figura. Cálculo de superficies de figuras geométricas”.
- Elementos de Historia de las Matemáticas.

Procedimientos:

- “Resolución algebraica (...) de ecuaciones de 2º grado”.
- “Aplicación de (...) ecuaciones de 2º grado en la resolución de problemas”.
- “Utilización de fórmulas (...) de áreas de figuras planas para la obtención indirecta de medidas”.
- “Estimación de superficies de figuras planas presentes en la vida cotidiana”.
- “Reducción de problemas geométricos complejos a otros más sencillos (...) para facilitar su comprensión y resolución”.
- “Reconocimiento de la relación existente entre los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo y aplicación a la resolución de situaciones problemáticas determinadas”.
- “Utilización del método análisis-síntesis para resolver problemas”.
- Lectura de las notas históricas proporcionadas sobre Pitágoras y su grupo.

Actitudes:

- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.
- “Reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico”.
- Valoración de la importancia de la historia como proceso cultural dinámico de construcción de conocimiento.

Temporalización: 45 minutos.

ACTIVIDAD 6. Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

Contenidos

Conceptos:

- “Cuerpos geométricos: (...) prisma...”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- “Representación de volúmenes en el plano. Desarrollo de volúmenes geométricos básicos. El volumen realizado tridimensionalmente”.
- La representación a escala en el plano de figuras tridimensionales.
- Características de construcciones en la Comunidad de Madrid.
- Elementos de Historia de la Arquitectura. La *Bauhaus*.

Procedimientos:

- “Representación en el plano de cuerpos geométricos”. Utilización de la representación tridimensional en perspectiva caballera y perspectiva axonométrica de un prisma recto.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado ideas y objetos en plano”.
- Análisis de las dimensiones de objetos y construcciones cotidianas, en concreto de la Comunidad de Madrid.
- Lectura de las notas históricas proporcionadas sobre la *Bauhaus* y Walter Gropius.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- “Gusto por el orden y la limpieza en la elaboración y presentación de trabajos gráficos”.
- Valoración de la arquitectura como actividad fundamental de la actividad humana.
- Valoración de la Historia de la Arquitectura como un conocimiento útil para entender la forma de nuestras casas.

Temporalización: 1 hora 30 minutos.

ACTIVIDAD 7. Volumen de un piso

Contenidos

Conceptos:

- “Relación entre las medidas directas de figuras y cuerpos geométricos y sus áreas y volúmenes. Cálculo de volúmenes”. Volumen de un prisma.
- Volúmenes de estructuras cotidianas.

Procedimientos:

- “Utilización de fórmulas de volúmenes de cuerpos geométricos para la estimación indirecta de medidas”. Cálculo del volumen de un prisma.
- Apreciación del volumen de una vivienda en función de la altura.
- Reconocimiento de la evolución en las formas de las construcciones a lo largo del tiempo.

Actitudes:

- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- Valoración de las construcciones realizadas en tiempos pasados, apreciando sus ventajas y ruptura del tópico “todo lo nuevo es mejor”.

Temporalización: 30 minutos.

ACTIVIDAD 8. Dibujo del tejado

Contenidos

Conceptos:

- “Cuerpos geométricos: (...) pirámide...”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- “Representación de volúmenes en el plano. Desarrollo de volúmenes geométricos básicos. El volumen realizado tridimensionalmente”.
- La representación a escala en el plano de figuras tridimensionales.
- Características de construcciones en la Comunidad de Madrid y su relación con el medio.

Procedimientos:

- “Representación en el plano de cuerpos geométricos”. Representación de una pirámide en perspectiva caballera.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado ideas y objetos en el plano”.
- Análisis de las características de objetos y construcciones cotidianas de la Comunidad de Madrid en relación con el medio climático.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- “Gusto por el orden y la limpieza en la elaboración y presentación de trabajos gráficos”.
- Valoración de la arquitectura como actividad condicionada por el medio en el que se desarrolla.

Temporalización: 1 hora.

ACTIVIDAD 9. Volumen entre el tejado y la última planta

Contenidos

Conceptos:

- “Relación entre las medidas directas de figuras y cuerpos geométricos y sus áreas y volúmenes. Cálculo de volúmenes”.
- Volúmenes de estructuras cotidianas.

Procedimientos:

- “Utilización de fórmulas de volúmenes de cuerpos geométricos para la estimación indirecta de medidas”. Volumen de una pirámide.

Actitudes:

- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- Valoración de la optimización de un bien escaso, como es el espacio en una gran ciudad.

Temporalización: 15 minutos.

ACTIVIDAD 10. Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Contenidos

Conceptos:

- “Relación entre las medidas directas de figuras y cuerpos geométricos y sus áreas...”.
- “Teorema de Pitágoras”.
- “Relación entre las medidas lineales y las de área de una figura. Cálculo de superficies de figuras geométricas”.
- Relación entre geometría y economía.

Procedimientos:

- Cálculo de la superficie de una pirámide.
- “Utilización de fórmulas (...) de áreas de figuras planas para la obtención indirecta de medidas”.
- “Estimación de superficies de figuras planas presentes en la vida cotidiana”.

- “Reconocimiento de la relación existente entre los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo y aplicación a la resolución de situaciones problemáticas determinadas”.
- “Utilización del método análisis-síntesis para resolver problemas”.
- “Reducción de problemas geométricos complejos a otros más sencillos (...) para facilitar su comprensión y resolución”.
- Cálculo del precio de un bien en función de su configuración geométrica.

Actitudes:

- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- Valoración de la geometría como una herramienta útil en la estimación del coste económico de determinados bienes.

Temporalización: 35 minutos.

ACTIVIDAD 11. Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

Contenidos

Conceptos:

- “Cuerpos geométricos: (...) prisma oblicuo...”
- “Reconocimiento de elementos básicos...” en prismas oblicuos.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- “Representación de volúmenes en el plano. Desarrollo de volúmenes geométricos básicos. El volumen realizado tridimensionalmente”.
- Edificios emblemáticos de la Comunidad de Madrid.

Procedimientos:

- “Representación en el plano de cuerpos geométricos”. Representación tridimensional en perspectiva caballera de un prisma oblicuo.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado, ideas y objetos en el plano”.
- “Búsqueda de propiedades, regularidades y relaciones en cuerpos y configuraciones geométricas”.
- Análisis de construcciones presentes en la Comunidad de Madrid.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- “Gusto por el orden y la limpieza en la elaboración y presentación de trabajos gráficos”.
- Valoración de los edificios cotidianos como elemento identificativo del carácter de la Comunidad de Madrid.

Temporalización: 1 hora 30 minutos.

ACTIVIDAD 12. El arte y las matemáticas

Contenidos

Conceptos:

- “Cuerpos geométricos: ...” poliedros.
- “Elementos característicos de poliedros...”.
- “Reconocimiento de los elementos básicos...” de los poliedros.
- Monumentos en la Comunidad de Madrid inspirados en objetos matemáticos.

Procedimientos:

- “Representación, descripción y representación de figuras y cuerpos geométricos identificando propiedades y relaciones dentro de cada uno y entre unos y otros”.
- “Búsqueda de propiedades, regularidades y relaciones en cuerpos (...) geométricos”.
- “Elaboración de formas tridimensionales ...”.
- Identificación en la Comunidad de Madrid de elementos decorativos inspirados en objetos matemáticos.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.

- “Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas...”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- Valoración de las matemáticas como fuente de inspiración para la creación artística.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 13. Dibujo del piso ideal

Contenidos

Conceptos:

- “Figuras en el plano (...). La representación a escala. Simetría”.
- “Composición. Equilibrio simétrico y asimétrico y armonía en la disposición de elementos”.
- “Aspectos que hay que considerar en el diseño y análisis de un objeto técnico, anatómico, funcional, económico y social”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- “Boceto, croquis y delineado”.

Procedimientos:

- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado, ideas y objetos en el plano”.
- “Aplicación de la escala para representar objetos e ideas en el plano”.
- “Realización de composiciones teniendo en cuenta el equilibrio, la proporción, la escala...”.
- “Utilización del método análisis-síntesis para resolver problemas”.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- “Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas...”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- Valoración de las matemáticas como fuente de soluciones técnicas para problemas cotidianos.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 14. ¿Ahorrar o pedir prestado?

Contenidos

Conceptos:

- “(...) uso de los números naturales, enteros, decimales y fraccionarios”.
- “Dependencia entre variables: (...) fórmula”.
- “Resolución de ecuaciones” de primer grado.
- Resolución de ecuaciones exponenciales utilizando logaritmos.
- Fórmulas básicas de las matemáticas financieras.
- Edificios de instituciones públicas de inversión: Banco de España y Bolsa de Madrid.

Procedimientos:

- “Interpretación y utilización de los números y de las operaciones en diferentes contextos eligiendo la notación más adecuada para cada caso”.
- “Resolución de ecuaciones de primer grado (...) utilizando los algoritmos de resolución algebraica”.
- Resolución de ecuaciones exponenciales sencillas utilizando logaritmos.
- “Utilización del lenguaje de las funciones para la descripción de relaciones”. Función exponencial.
- Utilización de las expresiones del interés compuesto, anualidad y amortización de un préstamo.
- Conocimiento del edificio del Banco de España (en breve dependencias del “Banco Europeo”) y del edificio de la Bolsa de Madrid.

Actitudes:

- “Actitud positiva hacia los números y los conocimientos de naturaleza numérica y conciencia de su utilidad para expresar distintas situaciones”.
- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.
- Valoración de las matemáticas como instrumento útil para resolver situaciones cotidianas relacionadas con temas financieros muy comunes como el ahorro y los préstamos.
- Valoración de la Comunidad de Madrid como lugar en el que están situadas las sedes de importantes instituciones.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 15. De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros

Contenidos

Conceptos:

- “Ecuaciones de 2º grado”.
- “Dependencia funcional. Formas de expresar la dependencia entre variables: (...) tabla, gráfica y fórmula”.
- Representación gráfica de funciones polinómicas de 2º grado.
- “Elementos característicos de (...) cónicas”. La parábola.
- Objetos y conceptos matemáticos en la arquitectura de la Comunidad de Madrid.
- Relación entre determinados edificios y la historia cultural de Madrid.

Procedimientos:

- “Resolución algebraica (...) de ecuaciones de 2º grado”.
- “Utilización e interpretación del lenguaje gráfico, teniendo en cuenta la situación que se representa y utilizando el vocabulario y los símbolos adecuados”.
- “Utilización de expresiones algebraicas para describir gráficas en casos sencillos”. La función polinómica cuadrática y su representación gráfica.
- Conocimiento de algunos elementos de la historia de la Casa de las Flores en Madrid.

Actitudes:

- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.
- “Reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico”.
- “Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas”.
- Valoración de los objetos matemáticos para su utilización en elementos constructivos prácticos o decorativos.
- Valoración de la Comunidad de Madrid como lugar plural en el que están presentes muchos exponentes de la renovación artística.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 16. ¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

Contenidos

Conceptos:

- “(...) uso de los números naturales, enteros, decimales y fraccionarios”.
- “Dependencia entre variables: (...) fórmula”.
- Valoración económica de una vivienda.
- Internet.

Procedimientos:

- “Interpretación y utilización de los números y de las operaciones en diferentes contextos (...)”.
- Utilización de las fórmulas que proporciona la Consejería de Hacienda de la Comunidad de Madrid para obtener el precio mínimo de referencia de un bien inmobiliario de acuerdo con un muestreo estadístico del mercado real.
- Utilización de un programa navegador de Internet para acceder a la página web de la Comunidad de Madrid.

Actitudes:

- “Actitud positiva hacia los números y los conocimientos de naturaleza numérica y conciencia de su utilidad para expresar distintas situaciones”.
- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.
- Valoración de Internet como una herramienta para obtener información útil.

Temporalización: 1 hora.

ACTIVIDAD 17. Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso

Contenidos

Conceptos:

- “Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas”.

Procedimientos:

- “Resolución de sistemas de ecuaciones por transformación algebraica”.
- “Aplicación de sistemas de ecuaciones (...) en la resolución de problemas”.

Actitudes:

- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico (...) para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.

Temporalización: 25 minutos.

ACTIVIDAD 18. Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

Contenidos

Conceptos:

- “Los parámetros centrales (...) como resumen de un conjunto de datos estadísticos. Algoritmos para calcular parámetros centrales”.
- Elementos de la red de transporte público en la Comunidad de Madrid.
- Valoración del coste de elementos de consumo particularizando en el transporte.
- Internet.

Procedimientos:

- “Utilización de los parámetros de una distribución...”.
- Conocimiento de algunos elementos de la red de transporte público en la Comunidad de Madrid.
- Comparación del coste de una estrategia de transporte personal basada en la posesión y uso de un automóvil privado y otra estrategia basada en el transporte público.
- Utilización de un programa navegador de Internet para acceder a la página web de la Dirección General de Tráfico.

Actitudes:

- “Actitud positiva hacia los números y los conocimientos de naturaleza numérica y conciencia de su utilidad para expresar distintas situaciones”.
- “Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje (...) estadístico en informaciones y argumentaciones sociales, políticas y económicas”.

- Valoración de la estimación de costes como un elemento a tener en cuenta en las decisiones sobre el consumo en general y sobre el transporte en particular.
- Valoración de la estimación de costes “ocultos” en toda actividad u objeto de consumo.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 19. El azar, los sorteos y Borges

Contenidos

Conceptos:

- “Imprevisibilidad y regularidades en fenómenos y experimentos aleatorios. Posibilidad de realización de un suceso”.
- “...probabilidad de un suceso”.
- Literatura y matemáticas.

Procedimientos:

- “Cálculo de probabilidades en casos sencillos”.
- “Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana”.
- “Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en distintos contextos”.
- Análisis del contenido matemático relacionado con el azar de un texto literario de Jorge Luis Borges.

Actitudes:

- “Disposición favorable a tener en cuenta las informaciones probabilísticas en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios”.
- “Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar”.
- “Valoración crítica de las informaciones probabilísticas en los medios de comunicación, rechazando los abusos y usos incorrectos de los mismos”.
- “Cautela y sentido crítico ante las creencias populares sobre fenómenos aleatorios”.
- Valoración de la interconexión entre las distintas esferas de la actividad humana, en concreto entre la literatura y las matemáticas.

Temporalización: 40 minutos.

ACTIVIDAD 20. Cómo hacer un reloj de sol

Contenidos

Conceptos:

- “Razones trigonométricas”.
- “Figuras en el plano (...). Simetría”.
- “Aspectos que hay que considerar en el diseño y análisis de un objeto técnico: anatómico, funcional, económico y social”.
- “Instrumentos y materiales básicos de dibujo técnico...”.
- “Boceto, croquis y delineado”.
- El reloj de sol.
- Relojes de sol en la Comunidad de Madrid.

Procedimientos:

- “Utilización de las razones trigonométricas para la medida indirecta de longitudes...”.
- “Manejo preciso de los instrumentos y materiales de dibujo técnico para representar mediante boceto, croquis o delineado, ideas y objetos en el plano”.
- Construcción de un reloj de sol vertical y otro horizontal adaptados a la situación geográfica de la Comunidad de Madrid.
- Conocimiento de algunos relojes de sol existentes en la Comunidad de Madrid.

Actitudes:

- “Interés y gusto por la utilización precisa del lenguaje geométrico”.
- “Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas...”.
- “Actitud favorable a la buena conservación y uso de los instrumentos y materiales utilizados”.
- Valoración de las matemáticas como instrumento para racionalizar acontecimientos y/o regularidades astronómicas.

Temporalización: 2 horas.

ACTIVIDAD 21. Juguemos a diseñar un barrio

Contenidos

Conceptos:

- “Los parámetros centrales y de dispersión como resumen de un conjunto de datos estadísticos. Algoritmos para calcular parámetros centrales y de dispersión sencillos” (lo referente a los parámetros de dispersión es opcional).

- “Figuras en el plano (...). La representación a escala. Simetría”.
- Configuraciones geométrico-urbanísticas elementales.
- Soluciones urbanísticas aplicadas en la Comunidad de Madrid.

Procedimientos:

- “Utilización de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con el fenómeno al que se refieren”.
- “Utilización de la representación a escala”.
- Analizar la posición geométrica de distintos elementos urbanísticos.
- Analizar las soluciones urbanísticas aplicadas en el pasado en la Comunidad de Madrid.

Actitudes:

- “Reconocimiento y valoración de la medida como elemento de relación entre diferentes lenguajes, conceptos y métodos matemáticos”.
- “Valoración crítica de las soluciones encontradas a situaciones problemáticas determinadas”.
- “Interés por conocer y aportar distintos tipos de soluciones a un mismo problema técnico”.
- “Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas que difieren de las propias”.

Temporalización: 2 horas 30 minutos.

ACTIVIDAD 22. Por los gastos para la adquisición de vivienda... ¿Rebajas en el IRPF?

Contenidos

Conceptos:

- “(...) uso de los números naturales, enteros, decimales y fraccionarios”.
- “Dependencia entre variables: (...) fórmula”.
- IRPF y sus peculiaridades en la Comunidad de Madrid.

Procedimientos:

- “Interpretación y utilización de los números y de las operaciones en diferentes contextos (...)”.
- Utilización de las fórmulas necesarias, y que aparecen en las instrucciones del sobre del impreso del IRPF, para obtener la liquidación del citado impuesto.

Actitudes:

- “Actitud positiva hacia los números y los conocimientos de naturaleza numérica y conciencia de su utilidad para expresar distintas situaciones”.
- “Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana”.
- Valoración del conocimiento pormenorizado del IRPF y de su cumplimentación “manual” para poder hacer una planificación fiscal adecuada.
- Valoración de las ayudas que proporciona el Ministerio de Hacienda para cumplir el impuesto a través de herramientas informáticas.

5. TRATAMIENTO DE LAS ENSEÑANZAS TRANSVERSALES

Algunas de las actividades están cargadas de aspectos directamente relacionados con las enseñanzas transversales. Una pequeña descripción del tratamiento de las enseñanzas transversales es la siguiente:

Educación ambiental

La actividad que más incide en la educación ambiental es la actividad 18, la dedicada al transporte, ya que analiza la causa de los principales problemas que el medio ambiente tiene en nuestros días.

La actividad 21, que trata de las posibilidades urbanísticas para estructurar un barrio, también está cargada de contenidos relacionados con la incidencia en el medio ambiente de todo asentamiento humano.

Educación del consumidor

La actividad 1 explica los pasos que hay que seguir para construir una cooperativa de viviendas. De alguna forma se trata de informar de la existencia de esta posibilidad a la hora de comprar una vivienda, que en muchos casos supone el mayor gasto de una familia.

La actividad 14 informa sobre las distintas posibilidades para obtener la financiación necesaria para la adquisición de un bien. Se explican las peculiaridades del préstamo hipotecario con interés fijo y con interés variable. Esta información puede ser muy útil para los usuarios de productos financieros.

En las actividades 16 y 17 se explica cómo calcular un precio de referencia de un bien inmobiliario situado en la Comunidad de Madrid. El precio, que se realiza con las tablas que proporciona la Comunidad de Madrid, puede ser útil ya que se obtiene a través de muestreos estadísticos periódicos con los que se van actualizando las tablas para el cálculo. Esta actualización se puede conseguir de forma inmediata a través de Internet.

La actividad 18 estudia los aspectos económicos relacionados con el precio de distintas modalidades de transporte urbano.

La actividad 19 trata temas relacionados con los juegos de azar, que tanto dinero mueven. Se trata de fomentar una actitud crítica sobre el consumo de estos juegos.

Educación vial

De nuevo la actividad 18 trata un tema transversal. En esta actividad se da la dirección de Internet de la Dirección General de Tráfico para que el alumno acceda a las estadísticas de accidentes. Con sólo unos minutos observando las cifras de muertos y heridos, y las circunstancias de los accidentes, se puede producir un efecto beneficioso sobre la conducta de un alumno, y de cualquier persona, bien sea al volante, sobre una bicicleta o actuando como peatón.

Educación moral y cívica

En un gran número de actividades se utiliza el argumento de la cooperativa para introducir los conceptos de *propuesta*, *asamblea*, *solicitud a la administración*, etc. Esta manera de redactar las actividades trata, modestamente, de profundizar en los mecanismos democráticos sobre los que se debe estructurar nuestra sociedad.

Educación para la igualdad de oportunidades de ambos sexos

A propósito se ha introducido el nombre de la insigne didacta y matemática Emma Castelnuovo en la actividad 11. Se trata de hacer caso a la recomendación sobre este tema transversal que ha publicado el Ministerio de Educación a través de las autoras Ana Mañeru y Esther Rubio:

“Exponer la historia de las matemáticas como acumulación progresiva de conocimientos que van cristalizando en hitos señalados y en los que también han participado las mujeres, aunque su presencia se haya borrado por factores ideológicos”.

Educación para la paz

En la actividad 15, se introduce el nombre del árabe Al-Khowarizmi que fue la primera persona, de la que se tiene noticia, que resolvió la ecuación de segundo grado. Se trata, en definitiva, de introducir el proceso de descubrimientos matemáticos, y en general el proceso de crecimiento del conocimiento, como una labor del género humano en su conjunto, independientemente de la raza de las personas. De esta forma, se trata de acercar un poco más a las personas de distintas etnias, nacionalidades y culturas.

6. EVALUACIÓN

Dentro de este apartado se tratan dos temas diferentes, que son:

- Evaluación de la calidad didáctica de cada una de las actividades y del conjunto de actividades.
- Evaluación del alumnado en relación con la realización de las actividades.

6.1 Evaluación de la calidad didáctica de cada una de las actividades y del conjunto de actividades

Cuando un docente y sus alumnos terminan de desarrollar una actividad en el aula, todos saben si las cosas han marchado bien y si se ha aprendido algo. Quizá sea esta primera sensación del profesor, generada por las opiniones y gestos de los alumnos, la más fiable y más sencilla de las formas de evaluar.

Además de esta sensación subjetiva del profesor, se puede pensar en otros métodos más objetivos. Para ver si las actividades del proyecto han hecho el papel que le corresponde en la consecución de los objetivos, podemos atender a:

1. Porcentaje de alumnos que realizan las actividades propuestas y porcentaje de actividades que realiza cada uno.
2. Número de personas que se presenta a una pequeña prueba escrita voluntaria con actividades sacadas de la relación de actividades propuestas, así como el nivel de conocimientos que se demuestre. Se aconseja que en la prueba escrita el alumno pueda utilizar las actividades de entrenamiento como material auxiliar.
3. Encuesta sencilla a los alumnos en la que se pueden incluir las siguientes cuestiones:
 - “Expresa tu opinión sobre la redacción de los enunciados tanto de las actividades de entrenamiento como de las propuestas. Detalla las actividades que consideres que tienen enunciado instructivo y las que no”.
 - “Expresa tu opinión sobre la redacción de la solución de las actividades de entrenamiento. Detalla aquellas que sean especialmente claras y aquellas que sean deficientes”.
 - “Indica los números de las actividades propuestas que hayas hecho y al lado escribe si te sientes satisfecho con lo aprendido”.

- “En general, ¿te parecen interesantes los temas que se tratan en las actividades? Detalla las actividades interesantes y las que consideres aburridas”.
- “También en general ¿crees que lo que has aprendido realizando las actividades propuestas es útil en la vida cotidiana? Detalla aquellas actividades cuyos contenidos te parezcan poco útiles y aquellas que te han aportado conocimientos útiles para la vida cotidiana”.

Con estos tres sencillos instrumentos, poco a poco, se pueden ver las actividades que son interesantes para alcanzar los objetivos a los que están asociadas y las que resultan deficientes.

Antes de desestimar una actividad, que en un momento dado no haya generado el proceso de aprendizaje satisfactorio, se puede analizar si se le ha concedido el tiempo suficiente, si el grupo está maduro para esa actividad concreta, si con una pequeña adaptación puede volver a ser operativa, etc.

Resumiendo, se trata de someter a las actividades a un proceso de “selección natural” dejando que sobrevivan en el currículo sólo las mejores, como debe hacerse con toda actividad que se emplee en el proceso educativo. De esta forma se genera un proceso dinámico que beneficia al alumnado.

Casi todas las actividades, como se ha indicado en un apartado anterior, son independientes, ello facilita que no todo el proyecto tenga que ser descartado o todo tenga que ser incluido en el currículo. La estructura de las actividades facilita que se puedan seleccionar.

6.2. Evaluación del alumnado en relación con la realización de las actividades

A través de los criterios de evaluación se puede valorar si un alumno ha conseguido los objetivos marcados para un determinado curso. En párrafos posteriores aparecen los criterios de evaluación asociados a cada actividad. Un profesor que corrija una actividad realizada por un alumno, de alguna manera está aplicando los criterios de evaluación que están asociados con esa actividad y, después de la corrección, puede valorar en qué grado se han conseguido los objetivos.

Como en los apartados de objetivos didácticos y contenidos la mayoría de los criterios de evaluación se han extraído de la *Resolución de 19 de julio de 1994 (BOE 11-8) sobre orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación del currículo de Educación Secundaria para Personas Adultas*. El hecho de que aparezcan estos criterios de evaluación asociados a cada actividad es lo que hace que las actividades puedan ser utilizadas en distintos centros.

Igual que en apartados anteriores, se presentan entrecomillados los criterios extraídos directamente del BOE y se utilizan puntos suspensivos cuando se suprime parte de la redacción para ajustar el criterio de evaluación a la actividad. De la misma forma, se presentan criterios de evaluación que no aparecen en las orientaciones del BOE.

También, en este apartado los criterios de evaluación se han unificado para las actividades de entrenamiento y las actividades propuestas. El trabajo en ambos tipos de actividades es lo que puede ser evaluado utilizando los criterios de evaluación que se indican.

ACTIVIDAD 1. El proyecto

Criterios de evaluación:

- “Construir un objeto (...) capaz de resolver un problema práctico, elaborando planos, presupuestos y memoria, y realizando las gestiones necesarias para adquirir los recursos necesarios”.
- “Realizar las operaciones técnicas previstas en el plan de trabajo del proyecto para construir y ensamblar las piezas que lo componen con limpieza, seguridad y una tolerancia dimensional aceptable para el contexto del proyecto”.
- “Analizar ambientes, objetos e imágenes presentes en la vida cotidiana valorando sus cualidades estéticas y su adecuación con el entorno”.
- Reconocer las etapas de un proyecto tecnológico o de cualquier otro tipo.

ACTIVIDAD 2. Las dimensiones del solar

Criterios de evaluación:

- “Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que puedan distinguirse en ellos y, en su caso, con la resolución de ecuaciones de primer grado”.
- “Interpretar fórmulas sencillas que describan relaciones o fenómenos conocidos y obtener valores a partir de ellas”.

ACTIVIDAD 3. Dibujo de una planta cuadrada a escala

Criterios de evaluación:

- “(...) elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.) de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto...”.

ACTIVIDAD 4. Plantas hexagonales, ¿por qué no?

Criterios de evaluación:

- “(...) elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.) de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto...”.
- Identificar lugares de la Comunidad de Madrid en los que se utilicen polígonos de diversos tipos en formas constructivas y en mobiliario urbano.
- Conocer el contenido matemático de algunos cuentos de Jorge Luis Borges.

ACTIVIDAD 5. La superficie de un hexágono

Criterios de evaluación:

- “Identificar las características geométricas de las formas planas que permiten describirlas con la terminología adecuada y descomponerlas en las figuras elementales que las forman, estableciendo relaciones entre ellas”.
- “Interpretar fórmulas sencillas que describen relaciones (...) conocidas y obtener valores a partir de ellas”.
- “Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de 2º grado” generados por el teorema de Pitágoras.
- Identificar elementos de la Historia de las Matemáticas.

ACTIVIDAD 6. Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

Criterios de evaluación:

- “Interpretar y elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.) de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto (...) para producir un dibujo claro, proporcionado e inteligible y dotado de fuerza comunicativa”.
- Reconocer en el entorno cotidiano las distintas formas constructivas relacionándolas con su situación geográfica.
- Conocer elementos de la Historia de la Arquitectura.

ACTIVIDAD 7. Volumen de un piso

Criterios de evaluación:

- “Estimar el volumen de los cuerpos...”.
- Reconocer en el entorno cotidiano las distintas formas constructivas relacionándolas con su evolución histórica.

ACTIVIDAD 8. Dibujo del tejado

Criterios de evaluación:

- “(...) elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.), de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto (...) para producir un dibujo claro, proporcionado e inteligible y dotado de fuerza comunicativa”.
- Reconocer en el entorno cotidiano las distintas formas constructivas estableciendo su relación con la evolución histórica y el clima.

ACTIVIDAD 9. Volumen entre el tejado y la última planta

Criterios de evaluación:

- “Estimar el volumen de los cuerpos...”.

ACTIVIDAD 10. Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Criterios de evaluación:

- “Interpretar fórmulas sencillas que describen relaciones (...) conocidas y obtener valores a partir de ellas”.
- “Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de 2º grado” generadas por el teorema de Pitágoras.
- A partir de resultados geométricos, obtener cantidades monetarias asociadas en problemas cotidianos.

ACTIVIDAD 11. Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

Criterios de evaluación:

- “(...) elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.) de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto (...) para producir un dibujo claro, proporcionado e inteligible y dotado de fuerza comunicativa”.
- Reconocer en el entorno cotidiano las distintas formas constructivas que constituyen edificios emblemáticos de la Comunidad de Madrid.

ACTIVIDAD 12. El arte y las matemáticas

Criterios de evaluación:

- “Analizar (...) ambientes y objetos presentes en la vida cotidiana valorando sus cualidades estéticas y su adecuación con el entorno”.
- “Construir un objeto (...) capaz de resolver un problema práctico...”.

ACTIVIDAD 13. Dibujo del piso ideal

Criterios de evaluación:

- “(...) elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.) de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- “Representar la forma y dimensiones de un objeto...”.
- Obtener y conocer las características principales del Número Áureo.

ACTIVIDAD 14. ¿Ahorrar o pedir prestado?

Criterios de evaluación:

- “Interpretar fórmulas sencillas que describen relaciones o fenómenos conocidos y obtener valores a partir de ellas”.
- “Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que puedan distinguirse en ellos y, en su caso, con la resolución de ecuaciones de primer grado” y ecuaciones exponenciales.

ACTIVIDAD 15. De las parábolas y su utilización en la arquitectura.
La Casa de las Flores en Madrid y otros

Criterios de evaluación:

- “Interpretar relaciones funcionales dadas (...) a través de una expresión algebraica y representarlas utilizando el tipo de gráfica adecuada”.
- “Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de segundo grado”.
- Reconocimiento de formas matemáticas en construcciones de la Comunidad de Madrid.

ACTIVIDAD 16. ¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

Criterios de evaluación:

- “Interpretar fórmulas sencillas que describen relaciones o fenómenos conocidos y obtener valores a partir de ellas”.
- Usar Internet como herramienta para obtener información necesaria para resolver problemas cotidianos con contenido matemático.
- “Utilizar los números naturales, enteros, decimales y fraccionarios (...) resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana”.

ACTIVIDAD 17. Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso

Criterios de evaluación:

- “Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas”.

ACTIVIDAD 18. Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

Criterios de evaluación:

- “(...) interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta (...) la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas”.
- Calcular la media de una distribución.
- Calcular costes de objetos o acciones de consumo y valorarlos.
- Usar Internet como herramienta para obtener información relacionada con aspectos cotidianos.

ACTIVIDAD 19. El azar, los sorteos y Borges

Criterios de evaluación:

- “Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un suceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades”.
- Valorar en su justa medida los diversos juegos de azar presentes en el mercado.
- Conocer el contenido matemático de algunos cuentos de Jorge Luis Borges.

ACTIVIDAD 20. Cómo hacer un reloj de sol

Criterios de evaluación:

- “Obtener medidas de longitudes y ángulos en triángulos rectángulos utilizando las razones trigonométricas”.
- “Analizar (...) ambientes y objetos presentes en la vida cotidiana valorando sus cualidades estéticas y su adecuación con el entorno”.
- “Construir un objeto (...) capaz de resolver un problema práctico...”.

ACTIVIDAD 21. Juguemos a diseñar un barrio

Criterios de evaluación:

- “(...) interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta (...) la significatividad de los parámetros...”.
- Calcular la media y la desviación típica de una distribución.
- “Interpretar y elaborar representaciones planas (esquemas, planos (...), etc.), de espacios (...), y obtener información sobre algunas de sus características geométricas (medidas, posiciones, (...), etc.), a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario”.
- Conocer las disposiciones geométricas básicas utilizadas en el diseño y construcción del entorno urbano de las ciudades.
- Generar de forma simulada distintas posibilidades urbanísticas.

ACTIVIDAD 22. Por los gastos para la adquisición de vivienda...

¿Rebajas en el IRPF?

Criterios de evaluación:

- “Interpretar fórmulas sencillas que describen relaciones o fenómenos conocidos, y obtener valores a partir de ellas”.
- “Utilizar los números naturales, enteros, decimales y fraccionarios para intercambiar información, y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana”.
- Interpretar información administrativa con contenido matemático.

7. MATERIAL NECESARIO PARA REALIZAR LAS ACTIVIDADES

Para realizar tanto las actividades de entrenamiento como las propuestas el alumno necesita:

- Los enunciados de las actividades de entrenamiento presentes en el segundo capítulo de este libro.
- Las soluciones detalladas de las actividades de entrenamiento presentes en el tercer capítulo de este libro.
- Los enunciados de las actividades propuestas presentes en el cuarto capítulo de este libro.
- Para la mayoría de las actividades, el material necesario es el que normalmente se usa en un entorno escolar: cuadernos, bolígrafos, rotuladores, lápices de dibujo, láminas de dibujo, calculadora, regla, cartabón o escuadra, compás y cartulina.
- Las actividades relacionadas con contenidos estadísticos se pueden realizar en un ordenador que tenga instalada una hoja de cálculo. Para las actividades 16, 18 y alguna otra en grado menor, es conveniente, para alcanzar todos los objetivos a un nivel aceptable, disponer de ordenador con conexión a Internet.

CAPÍTULO II

ENUNCIADOS DE LAS ACTIVIDADES DE ENTRENAMIENTO

ACTIVIDAD 1

El proyecto

Esta actividad y todas las demás que integran este texto giran en torno a lo que podemos llamar una línea argumental. Tendrás que imaginarte que estás en la siguiente situación:

- a) En una primera etapa has entrado a formar parte de una cooperativa de viviendas con el objeto de conseguir un piso con un precio menor que los existentes en el mercado. Tendrás que plantearte cuestiones relacionadas con el diseño del bloque y del barrio donde se supone que se ubicará el bloque de viviendas.
- b) En una segunda etapa tendrás que afrontar algunas situaciones relacionadas con la vivienda, su situación y la gestión cotidiana de la misma.

Conectando con el apartado a) se puede abordar el problema de forma integral concibiendo las acciones para conseguir la vivienda como un proyecto. Es un proyecto en el que muchas fases no las puede realizar uno mismo, pues tienen una elevada complejidad técnica. Por ejemplo, los planos definitivos de la casa los tiene que hacer un arquitecto, sin embargo, cualquiera que esté en una cooperativa si puede hacer propuestas sobre aspectos concretos de la construcción, y esto es más real cuanto más pequeña sea la cooperativa.

1.1. Las fases de proyecto

Como primer paso de esta actividad escribe las fases generales de cualquier proyecto tecnológico o de cualquier otro tipo.

1.2. Primera fase del proyecto

Intenta responder a las siguientes preguntas:

- ¿Por qué puede ser interesante entrar o formar una cooperativa de viviendas?
- ¿Sobre qué aspectos se puede trabajar una vez dentro de la cooperativa y en beneficio de ésta?
- ¿Qué se tiene o se puede tener en cuenta, desde el punto de vista económico, al adquirir una vivienda?

1.3. Segunda fase del proyecto

En la segunda fase de un proyecto hay que planificar todo lo que sea planificable. En el supuesto que estamos tratando, la primera etapa podría consistir en establecer los pasos para llevar adelante una cooperativa de viviendas. Pues bien, establece esos pasos (dada la alta complejidad de la respuesta de este subapartado, no intentes resolverlo, y mira directamente la solución haciendo una lectura rápida de la misma, sin fijarte demasiado en los detalles).

1.4. Tercera fase del proyecto

La tercera fase del proyecto consiste en la ejecución de lo que se ha proyectado. Al hacer o leer la solución del subapartado 1.3 de esta actividad, se comprueba que la ejecución de cualquiera de las fases de la construcción de la vivienda tiene una considerable complicación. En relación con esta fase, responde a las siguientes preguntas:

- ¿Quién debe redactar y aprobar los estatutos de la cooperativa?
- ¿Quién debe llevar la gestión económica de la cooperativa?
- ¿Quién debe diseñar el edificio y realizar el proyecto de ejecución de la obra?
- ¿Quién debe realizar efectivamente la obra?
- Los pequeños proyectos estéticos o funcionales que realicen los cooperativistas, ¿a quién se deben presentar para que sean ejecutados?

1.5. Cuarta fase del proyecto

La cuarta fase del proyecto se basa en el control que hay que aplicar sobre lo que se ha hecho. En la resolución del apartado 1.3 se han especificado algunas de las etapas que son de control y evaluación, ¿cuáles son esas etapas?

1.6. Un pequeño proyecto artístico-tecnológico desde el principio hasta el final

En la actividad número 12 se propone la confección de una maqueta de una posible escultura para el entorno del edificio, basada en las formas de los sólidos platónicos.

Asumamos que queremos presentar a la asamblea de la cooperativa un proyecto para que se realice la escultura. Para ello, necesitamos confeccionar una maqueta de la citada escultura y, en definitiva, un pequeño proyecto. Para realizarlo sigue los pasos que aparecen a continuación:

- *Define* el problema.
- *Planifica* lo que vas a hacer; por una parte planifica la realización de la maqueta y por otra indica aquellos aspectos que consideres interesantes de la hipotética construcción de la escultura como posibles materiales, presupuesto, etc.
- De lo que has planificado, *ejecuta* aquello que puedas ejecutar.
- *Evalúa* lo hecho.

Como paso adicional escribe el texto de una solicitud al ayuntamiento de tu localidad en la que, una vez aprobado el proyecto por la asamblea de la cooperativa, expresas la intención de construir el monumento y solicites el permiso para colocarlo en terreno municipal.

ACTIVIDAD 2

Las dimensiones del solar

En el barrio en el que vamos a construir el bloque de viviendas, la parcela que nos han asignado es una parcela rectangular. En el plano que nos han dado, uno de los lados aparece marcado con 30 metros. También sabemos que la superficie total de la parcela es de 1.050 m^2 . ¿Cuál es la longitud del otro lado del rectángulo?

ACTIVIDAD 3

Dibujo de una planta cuadrada a escala

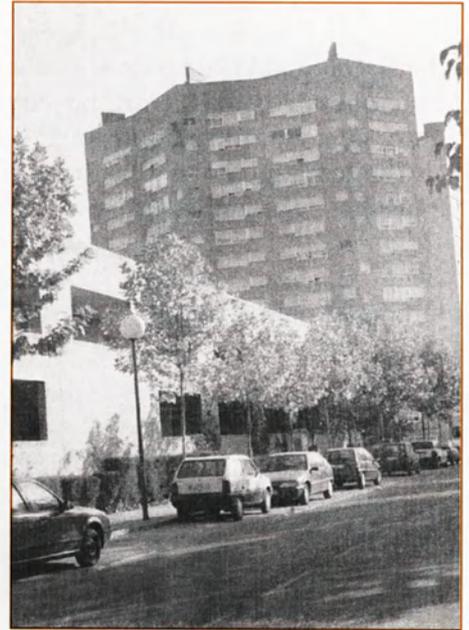
Assumiendo que el bloque de viviendas que queremos construir es de planta cuadrada con 20 metros de lado, dibuja la planta del bloque a una escala de 1:200.

ACTIVIDAD 4

Plantas hexagonales, ¿por qué no?

En la Comunidad de Madrid hay edificios que tienen planta poligonal con más de cuatro lados. Por ejemplo, podemos citar un edificio de viviendas situado en el madrileño barrio de Palomeras, conocido como el Torreón Sur, que tiene planta poligonal cóncava (un polígono es cóncavo, cuando hay puntos del polígono que para unirlos mediante una línea recta hay que salir del citado polígono). Este edificio por ser alto y estar en una zona alta se ve desde muchos lugares de Madrid, por ejemplo, y por citar un lugar de paso, desde los alrededores de la estación de Atocha.

Otro ejemplo notable de edificio con planta poligonal no cuadrada, es el Teatro Real de Madrid, que tiene planta hexagonal, aunque no es un hexágono regular, y el lado que mira al Palacio Real no es una línea recta sino que tiene cierta curvatura.



4.1. Dibujo de un hexágono

Supongamos que estamos pensando proponer a la asamblea de la cooperativa que la planta del edificio de viviendas sea poligonal, y más concretamente un hexágono. Según esta idea y como enunciado de esta actividad, dibuja la representación de un hexágono de 12 metros de lado utilizando la escala 1:300.

4.2. Jorge Luis Borges, los hexágonos y la arquitectura

Jorge Luis Borges es un escritor que vivió y escribió en el siglo XX y sus obras están impregnadas de todo lo que este siglo significa de innovación en las distintas manifestaciones artísticas, entre las cuales está la literatura. En concreto, con un estilo nuevo y muy personal introdujo en sus obras lo filosófico, lo fantástico, lo lúdico, lo dramático y lo matemático. Así mismo, la arquitectura está presente de forma explícita, aunque fantástica, en algunos de sus relatos como “*El inmortal*”, “*La casa de Asterión*” y “*La Biblioteca de Babel*”. El siguiente párrafo es un fragmento del cuento “*La Biblioteca de Babel*”. En este texto el hexágono, como forma constructiva, aparece sin complejos e inunda toda la historia.

El universo (que otros llaman Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores: interminablemente. La distribución de las galerías es invariable. Veinte anaqueles, a cinco anaqueles por lado, cubren todos los lados menos dos; su altura, que es la de los pisos, excede apenas la de un bibliotecario normal. Una de las caras libres da a un angosto zaguán, que desemboca en otra galería, idéntica a la primera y a todas. A la izquierda y a la derecha del zaguán hay dos gabinetes minúsculos. Uno permite dormir de pie; otro, satisfacer las necesidades fecales. Por ahí pasa la escalera espiral que se abisma y se eleva hacia lo remoto. En el zaguán hay un espejo, que fielmente duplica las apariencias. Los hombres suelen inferir de ese espejo que la biblioteca no es infinita (si lo fuera realmente ¿a qué esa duplicación ilusoria?); yo prefiero soñar que las superficies bruñidas figuran y prometen el infinito... La luz procede de unas frutas esféricas que llevan el nombre de lámparas. Hay dos en cada hexágono: transversales. La luz que emiten es insuficiente, incesante.

Como todos los hombres de la Biblioteca, he viajado en mi juventud; he peregrinado en busca de un libro, acaso del catálogo de catálogos; ahora que mis ojos casi no pueden descifrar lo que escribo, me preparo a morir a unas pocas leguas del hexágono en que nací. Muerto, no faltarán manos piadosas que me tiren por la baranda; mi sepultura será el aire insondable: mi cuerpo se hundirá largamente y se corromperá y disolverá en el viento engendrado por la caída, que es infinita...

Una vez leído el texto y como segunda parte de esta actividad, ¿eres capaz de dibujar la estructura básica de la planta de la Biblioteca?

ACTIVIDAD 5

La superficie de un hexágono

Calcula la superficie real del hexágono que has dibujado en la actividad anterior. Recuerda que es un hexágono de 12 m de lado.

ACTIVIDAD 6

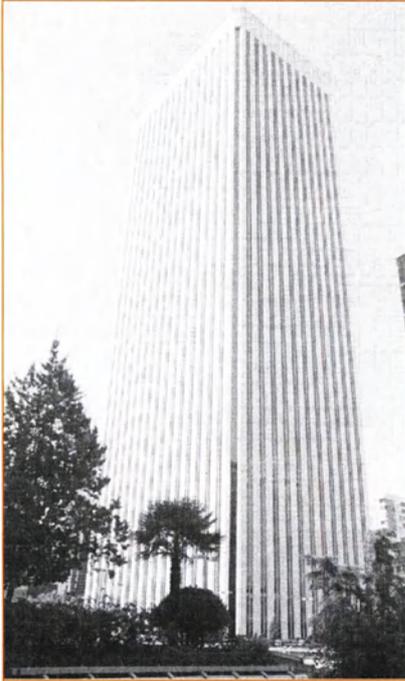
Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

Volvamos a nuestro bloque de viviendas de planta cuadrada o por lo menos rectangular. Pensemos en la altura. La altura de cada vivienda hoy día se suele ceñir a unas medidas estándar. Se podrían variar estas medidas ampliándolas para ganar volumen en los pisos, como en las casas antiguas, aunque si se gana en altura también se tendría que emplear más energía para calefacción y eso resultaría más caro.

La altura del edificio dependerá de la altura de cada piso y del número de plantas que se construyan. Nos podemos preguntar: ¿cuál es la altura más adecuada para el edificio? Razones hay para todos los gustos. Los hay que abogan por edificios altos, afirmando que así se aprovecha más el suelo, que en algunas zonas es un bien escaso. Otros abogan por alturas moderadas, al considerar que dan lugar a ciudades menos opresivas y más amigables. Los argumentos y las acciones en Madrid y en todas partes del mundo han sido variadas¹.

¹ Según señala C. de San Antonio el problema de establecer la altura óptima de las viviendas es un problema que ha ocupado a insignes arquitectos, como es el caso de Walter Gropius. Este arquitecto fue el máximo representante de la *Bauhaus*, que fue una escuela arquitectónica que se desarrolló en Alemania en el período comprendido entre las dos guerras mundiales, hasta que Gropius tuvo que emigrar por la llegada al poder del partido nazi. Gropius, en conferencias y artículos en revistas de arquitectura, se pregunta cuál es la altura racional o conforme al buen sentido de los edificios. Él reconoce las ventajas de las viviendas unifamiliares ya que suponen una solución casi inmejorable para las cuestiones de iluminación y de ventilación y, de alguna forma, satisfacen la necesidad que tienen muchas personas de la ciudad de tener un entorno lo menos urbano posible y lo más natural que se pueda lograr. Sin embargo, Gropius destaca que una ciudad llena de viviendas unifamiliares se extendería enormemente en el espacio, lo que acarrearía el grave inconveniente del aumento de las distancias que tendrían que recorrer las personas para ir a trabajar o proveerse de alimento o acceder a otros servicios. Después de valorar ventajas e inconvenientes de la casa baja y el bloque de viviendas llega a la conclusión de que la altura óptima de los bloques debe ser entre 10 y 12 plantas, estando estos bloques rodeados de zonas verdes.

En la Comunidad de Madrid podemos encontrar ejemplos de zonas y ciudades en las que predominan los edificios de baja altura como es el caso de la Ciudad Lineal, en la capital, diseñada por Arturo Soria, o la ciudad de Parla en su conjunto, cuya superficie está ocupada en su mayoría por viviendas de cuatro plantas o menos. En el caso contrario, como ejemplo de construcción en altura, tenemos la Castellana en la ciudad de Madrid, que en algunas de sus zonas está jalonada de rascacielos, o al menos de edificios de más de cuatro plantas.



Torre Picasso en Madrid.



Ciudad de Parla. Este edificio tiene 3 plantas más el bajo.

Supongamos que nosotros vamos a diseñar un edificio de 10 plantas, como muchos que existen en la Comunidad de Madrid. Diez plantas suponen aproximadamente 30 metros en vertical.

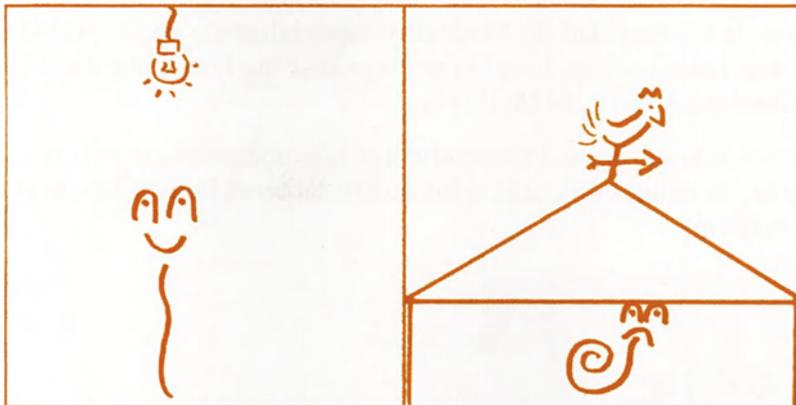
¿Qué es lo que hay que hacer en esta actividad? La respuesta es dibujar el edificio en tres dimensiones teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Utiliza para dibujar el edificio una planta cuadrada de 20 m de lado.
- Considera, como se ha indicado antes, que el edificio tiene 30 m de alto.
- Utiliza la escala 1:400 para el dibujo tanto en perspectiva caballera como para el dibujo en perspectiva axonométrica.
- El dibujo del tejado que, por ejemplo, lo podemos diseñar en forma de pirámide de base cuadrangular, lo dejamos para otra actividad.

ACTIVIDAD 7

Volumen del piso

El volumen de las viviendas es un factor a tener en cuenta a la hora de comprar, diseñar o construir; el volumen depende de la superficie de la planta de la vivienda y de su altura. Un piso con techos altos tiene ventajas e inconvenientes. Los techos altos dan sensación de amplitud y, en algunos casos, permiten construir un altillo que puede servir de maletero o incluso, si el techo es lo suficientemente alto, para construir una habitación. Por el contrario, un piso con techos altos lleva aparejado más gastos en concepto de calefacción y refrigeración, aunque también es cierto que las casas antiguas, que son las que los suelen tener, tienen los muros tan anchos que actúan como excelentes aislantes térmicos y la altura pasa a ser un factor secundario en los gastos de climatización.



Acordamos que los pisos de nuestro edificio tendrán 2,5 m de altura, que es la medida con la que hoy día se construyen los pisos. Imagina que nuestro edificio lo construimos con planta hexagonal con $374,4 \text{ m}^2$ de superficie, y que en cada planta se van a destinar 20 m^2 a zonas comunes como el hueco de la escalera y pasillos. Además, en cada planta se quieren construir 4 viviendas. ¿Cuál sería el volumen de cada vivienda? Si se hicieran los pisos con 3,5 m de altura, ¿cuál sería el nuevo volumen de cada vivienda?

Dibujo del tejado

La cubierta de un edificio en buena medida viene determinada por la climatología del lugar. En la mayoría de las ciudades y pueblos de la Comunidad de Madrid ni la nieve ni las lluvias son tan copiosas como para no permitir hacer las cubiertas de los edificios de forma plana.

Con los materiales modernos, las cubiertas en forma de terraza presentan muy buenas propiedades en cuanto a aislamiento y resistencia frente a los elementos climatológicos. Así mismo ofrecen la ventaja, frente a los tejados de “tejas”, de permitir el aprovechamiento de las cubiertas para distintos usos directos de los vecinos, como tender, pueden actuar de zonas de esparcimiento, etc. Sin embargo, un tejado inclinado con “tejas” suele ser más duradero, aislante y resistente a los elementos climatológicos.

Dado que en la Comunidad de Madrid, y especialmente en la ciudad de Madrid, los edificios están unos junto a otros, la caída del tejado se suele orientar hacia la calle, con las adecuadas canalizaciones del agua de lluvia.

En los barrios con edificios independientes nos podemos encontrar con cubiertas en forma de pirámide, es decir, con caída a los cuatro lados del cuadrilátero que suele constituir la base del edificio.



Edificio en el Paseo de la Castellana de Madrid con cubierta en forma de pirámide de base cuadrada. La forma de la cubierta en este caso tiene cierta finalidad estética.

Aceptemos que nosotros, en el edificio que vamos a construir, queremos poner un tejado en forma de pirámide. Con este supuesto, dibuja el edificio, tal y como lo hiciste en la actividad nº 16, en perspectiva caballera, pero con tejado en forma de pirámide.

Si alguna vez decidiéramos en la vida real realizar un tejado en forma de pirámide u otra forma similar, dadas las altas temperaturas que se alcanzan en nuestra Comunidad, sería muy interesante abrir unas claraboyas para evitar el recalentamiento del espacio comprendido entre el ático y la cubierta del edificio.

ACTIVIDAD 9

Volumen entre el tejado y la última planta

Si se decidiera construir un edificio en forma de prisma de base cuadrada de 20 m de lado en la base y coronado por una pirámide de 7 m de altura, ¿con qué volumen se contaría bajo el tejado para hacer un altillo?

ACTIVIDAD 10

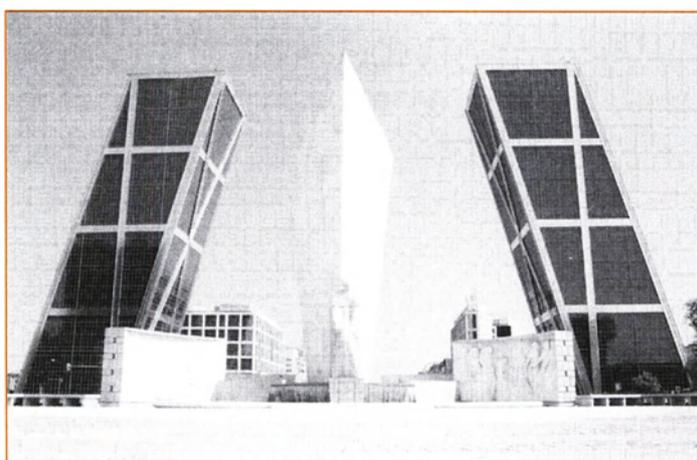
Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Un vendedor de material de recubrimientos para tejados nos ha dicho que un determinado material tiene un precio de 12 euros/m². Si le ponemos al edificio el material que nos ofrece este vendedor, ¿cuánto costará el recubrimiento del tejado? Recuerda que el tejado tiene forma de pirámide de base cuadrada de 20 m de lado y 7 m de altura.

ACTIVIDAD 11

Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

En la Comunidad de Madrid existen unos edificios singulares que son las Torres Kío en el Paseo de la Castellana a la altura de la Plaza de Castilla.



Estas torres tienen forma de prisma oblicuo. Su volumen por el principio de Cavalieri² es el mismo que el de un prisma recto de la misma altura. ¿Se te ocurre cómo demostrarlo de una forma sencilla?

Como enunciado de esta actividad se te propone que dibujes un prisma oblicuo con las siguientes características:

- Utiliza la escala 1:800.
- Dibuja una torre de 60 m de altura.
- Utiliza la perspectiva caballera.
- Haz una base con forma cuadrada y con 20 m de lado.
- Dibuja la torre de tal forma que el lado lateral derecho de la base inferior caiga exactamente debajo del lado lateral izquierdo de la base superior, es decir, una torre inclinada hacia la derecha.

² La matemática y didacta Emma Castelnuovo en su clásico libro "*Geometría intuitiva*" aporta la explicación del principio de Cavalieri, y de otros muchos temas interesantes.

ACTIVIDAD 12

El arte y las matemáticas

En la ciudad de Madrid hay otros elementos decorativos basados en objetos matemáticos. Por ejemplo, en el carril-bici que recorre el Pasillo Verde³, tenemos varias esculturas que reproducen los 5 sólidos platónicos.



Poliedros regulares en el Pasillo Verde de Madrid

Imagina que esta escultura nos ha gustado mucho y que queremos situarla en las cercanías de nuestro bloque de viviendas, en algún jardín o parque. Para hacer la propuesta en la asamblea de la cooperativa para luego llevarla al ayuntamiento, tenemos que informarnos y aprender algunas cosas relacionadas con estos cuerpos. Para realizar esta actividad tienes que responder a las siguientes cuestiones:

1. ¿Cuál es el nombre de cada uno de estos cuerpos?
2. ¿Por qué estas figuras se conocen como poliedros regulares?
3. ¿Sabrías construir unas figuras pequeñas de papel o cartulina con la forma de estos sólidos para ilustrar la supuesta propuesta a la asociación de vecinos? Si la respuesta es positiva, realiza la construcción.
4. Cuenta las aristas, las caras y los vértices. ¿Sabrías decir si estos tres números tienen entre ellos alguna relación algebraica?

³ Este carril bici tiene uno de sus extremos en el paseo de Delicias, en el cruce con la calle Ferrocarril y el otro extremo lo tiene en la calle Segovia.

ACTIVIDAD 13

Dibujo del piso ideal

Vamos a hacer una propuesta al arquitecto acerca de cómo queremos la distribución de los pisos en una planta y su distribución interior. Haremos un dibujo partiendo de los siguientes supuestos:

- La superficie total de la planta es de 400 m² y tiene la forma de un cuadrado de 20 m de lado. En la Comunidad de Madrid hay muchos edificios con planta cuadrada o prácticamente cuadrada, sólo tienes que observar un poco tu entorno para verlo.
- Debemos dibujar cuatro pisos por planta.
- Puede haber un patio central.
- Se debe dejar un hueco rectangular de 4 m de lado, como mínimo, para la escalera y el ascensor, teniendo en cuenta que una de las paredes de la escalera debe dar a la calle o al patio, en caso de haberlo dibujado.
- Todas las dependencias, salvo el cuarto de baño, deben tener una ventana al patio interior o a la calle.
- Dibujaremos el comedor de forma rectangular y con proporciones áureas⁴.
- El dibujo lo presentaremos en escala 1:200, lo que supone que la representación de la planta es un cuadrado de 10 cm de lado.
- Cada piso debe tener tres habitaciones y dos cuartos de baño.

Dibuja una planta del edificio con estas características.

⁴ El Número Áureo se obtiene al dividir un segmento de tal forma que el cociente de la parte mayor entre la menor sea igual al cociente entre la longitud total y la parte mayor. Este cociente es precisamente el Número Áureo. Considerando la siguiente figura y llamando x al Número Áureo tenemos que:



$$x = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}; \quad \frac{a}{b} = 1 + \frac{1}{\frac{a}{b}}; \quad x = 1 + \frac{1}{x}; \quad x = \frac{x+1}{x}; \quad x^2 - x - 1 = 0;$$

resolviendo la ecuación: $x_1 = 1,618\dots$; $x_2 = -0,618\dots$

Estos números, que surgen de resolver la ecuación de segundo grado, constituyen la expresión del Número Áureo. En concreto 1,618 se ha utilizado en distintas manifestaciones arquitectónicas como el Partenón de Atenas, en la pirámide de Keops, etc. Este número ha fascinado a muchas personas desde muy antiguo y las investigaciones han llevado a descubrir su aparición en múltiples ámbitos de la naturaleza como en las proporciones del rostro humano o en la forma de los huesos de las aves. Puedes encontrar mucha información sobre este número en enciclopedias y libros específicos, si lo haces, te encontrarás con agradables sorpresas en las que pensar.

¿Ahorrar o pedir prestado?

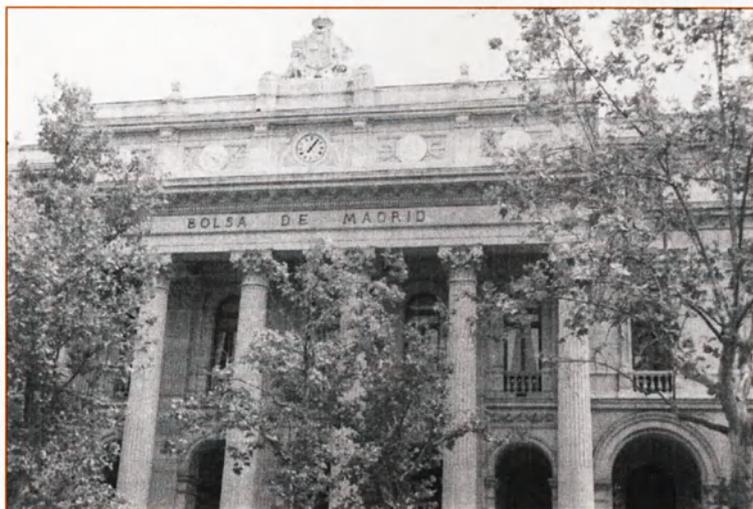
Cuando una persona va a realizar un gasto tan importante como el de la adquisición o construcción de una vivienda, debe pensar y analizar las posibles vías de financiación, que se resumen en cómo y cuándo conseguir el dinero para pagarla.

Las formas más usuales de financiación son el ahorro y el préstamo hipotecario.

En esta actividad abordaremos varios supuestos prácticos para afrontar la financiación. Los primeros están relacionados con el ahorro y después están los relacionados con los préstamos.

Si se dispone de una determinada cantidad de dinero que no se necesita en un momento dado y que se quiere ahorrar, surge la pregunta: ¿qué hacer con ese dinero? Tener el dinero en casa tiene cierto riesgo por el peligro de los robos, además, la inflación haría estragos en el valor real del dinero. Piensa, por ejemplo, que el sueldo mensual de un administrativo del año 1975 podía ser de 30.000 ptas. (unos 180 euros de hoy); entonces con ese dinero se podía mantener una familia, pero hoy no alcanzaría para cubrir los gastos básicos de un hogar. El dinero va perdiendo valor con el tiempo, y tenerlo guardado en casa no parece una opción razonable, por lo menos, en condiciones normales.

Entre las formas de inversión más populares está la inversión en bolsa o en otros productos de renta variable, bien directamente a través de entidades autorizadas o, indirectamente, a través de los fondos de inversión (cada fondo de inversión tiene sus características particulares, al ser diferente la parte del capital que cada uno invierte en renta fija y en renta variable).



*Edificio de la Bolsa de Madrid
en la Plaza de la Lealtad.*

En general, la inversión en activos de renta variable tiene más riesgo, pero las ganancias, si es que llegan, suelen ser abundantes. Muchas personas han ganado mucho dinero en los mercados bursátiles, sin embargo, otras han perdido parte o la totalidad de sus ahorros en inversiones en activos de renta variable. No debemos olvidar el crack de 1929 de la Bolsa de Nueva York (que fue seguido de una gran crisis económica general), o la última gran crisis iniciada en marzo del 2000 en la que los valores de la llamada nueva economía (basada en las nuevas tecnologías, como Internet o la telefonía móvil) perdieron progresivamente, en algunos casos, hasta el 80% de su valor.

Otra posibilidad de inversión es en activos de renta fija, y entre los más populares está la Deuda Pública que emite el Banco de España, en el momento de escribir estas líneas de forma directa e independiente, y en el futuro formando parte de las instituciones comunitarias.



Edificio de Banco de España en la Plaza de Cibeles de Madrid.

Veamos los distintos apartados de esta actividad.

14.1. Interés compuesto

Se invierten 6.000 euros (aproximadamente 1.000.000 de pesetas) al 4% de interés anual en bonos de Deuda Pública a 10 años. Por otra parte, el dinero de los intereses se va invirtiendo también al 4%⁵, de tal forma que al cabo de los 10 años se retira todo el capital. ¿Cuánto dinero tendríamos al final de ese período de 10 años?

⁵ Es difícil mantener una inversión con interés constante durante un período tan largo de tiempo. Por tanto en la práctica, el interés del 4% debe considerarse como una especie de interés medio.

14.2. Anualidades

Se invierten 6.000 euros al año, a la vez que se reinvierten los intereses. Se hace así durante 10 años y a un interés del 4%, ¿cuánto dinero se tendría al cabo de esos 10 años?

14.3. ¿Cuánto hay que esperar para ahorrar una determinada cantidad, dada una determinada capacidad de ahorro?

Imagina que queremos saber cuánto tiempo se tarda en ahorrar una determinada cantidad. Más concretamente, ¿cuánto tiempo tardaríamos en ahorrar 60.000 euros (unos 10.000.000 de pesetas) si ahorramos 6.000 euros al año y vamos reinvertiendo los intereses al 5% anual?

14.4. El préstamo hipotecario a interés fijo

Ahora consideremos que vamos a pedir un préstamo hipotecario. Básicamente hay dos tipos de préstamos hipotecarios, los que utilizan un interés fijo para calcular las cuotas que hay que pagar, y los que utilizan interés variable. Incluso, dentro de estos tipos básicos, las entidades financieras han adoptado diferentes modalidades.

Veamos un caso sencillo. Se pide un crédito de 60.000 euros para pagar en 10 años, al interés del 5% anual, ¿cuánto habrá que pagar mensualmente?, ¿cuánto dinero habrá que pagar en total por los 60.000 euros?

14.5. El préstamo hipotecario con interés variable

Los bancos y las entidades financieras que ofrecen préstamos, generalmente referencian el interés a algún parámetro financiero, es decir, conceden préstamos a interés variable. Hay varios parámetros a los que las entidades suelen o solían referenciar el interés, MIBOR, EURIBOR, etc.

Supongamos que hemos obtenido un préstamo con las siguientes condiciones:

- Se ha obtenido un préstamo de 60.000 euros.
- El interés inicial al que se va hacer frente es del 9%.
- El plazo para amortizar el crédito es de 15 años o 180 meses.

En la mensualidad 104 la entidad nos anuncia que el interés que nos cobra por el capital que queda por devolver es del 8%, es decir, que nos reduce un 1% el interés. ¿Cuál es el importe de la mensualidad 104?

En esta actividad se utilizan intereses muy altos. El 9% en interés variable hace muchos años que no se cobra por parte de ninguna entidad. Sin embargo, en épocas pasadas sí ha sido frecuente, e incluso se han utilizado tipos más altos. Eran épocas de inflación galopante. Sin embargo, que ahora no sean los intereses al uso, no significa que en el futuro no puedan volver.

ACTIVIDAD 15

De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros

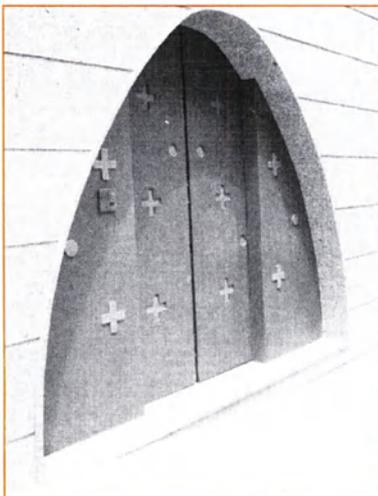
Muchos arquitectos han utilizado estructuras puramente matemáticas en los elementos decorativos o estructurales de sus diseños. En la ciudad de Madrid, tenemos el caso de la Casa de las Flores, en la que existen unos “arcos” que tienen la forma de parábola con ramas descendentes. Sí, las parábolas son esas figuras que surgen de la representación gráfica de funciones polinómicas de 2º grado.

La Casa de las Flores forma una manzana que está limitada por las calles Gaztambide, Meléndez Valdés, Rodríguez San Pedro e Hilarión Eslava. Fue diseñada por un equipo dirigido por Secundino Zuazo Ugalde y se construyó entre 1930 y 1932. En su día la construcción causó sensación por su alta calidad y su bajo coste. En este edificio vivió Pablo Neruda autor, entre otras obras, de *Veinte poemas de amor y una canción desesperada*, el cual fue visitado en muchas ocasiones por su amigo Federico García Lorca, cuando éste residía en la Residencia de Estudiantes de Madrid, la “resi” tal y como la conocían muchos de los insignes personajes que en ella vivieron.

Hay otros edificios que han utilizado la forma parabólica para las entradas o como elementos decorativos. Por ejemplo, en la siguiente fotografía tienes la puerta de entrada, con forma parabólica, de un convento construido en el año 2001 y que está en la calle Encarnación González en el distrito del Puente de Vallecas de Madrid.



Casa de las Flores



Entrada en forma de arco parabólico en un convento de la calle Encarnación González en el Puente de Vallecas de Madrid.

Supongamos que queremos que la puerta de entrada de nuestro edificio de viviendas tenga forma parabólica. Para comunicar la propuesta al arquitecto y a los demás cooperativistas de nuestro edificio, hemos decidido dibujar una parábola con las siguientes características:

- Hemos decidido hacerla de 3 metros de alto.
- Debe ser una parábola de ramas descendentes.
- Se quiere que tenga una anchura de 4 metros en el lado más ancho.
- El dibujo se quiere presentar a escala, aunque ésta se acepta que sea libre.

Con estos requerimientos, haz el dibujo de la parábola.

¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

La Comunidad de Madrid a través de su Consejería de Hacienda edita unas tablas para calcular el precio mínimo de referencia de diferentes bienes inmobiliarios. Este precio sirve, entre otras cosas, para orientarnos a la hora de comprar, vender o valorar una finca. Si tuviéramos que valorar la vivienda de nuestra cooperativa podríamos acudir a estas tablas. Hay que tener en cuenta que estas tablas son orientativas y, en un momento dado, puede haber diferencias entre el precio de mercado y el que obtengamos de esta información que proporciona la Comunidad de Madrid a sus ciudadanos.

La información a la que venimos haciendo referencia se puede obtener a través de Internet siguiendo los siguientes pasos:

1. En la ventana del navegador de Internet teclea la dirección de la Comunidad de Madrid que es:

www.madrid.org

2. Selecciona “Presidencia y Hacienda”.
3. Selecciona “Viceconsejería de Hacienda”.
4. Selecciona “D. Gral. de Tributos”.
5. Selecciona “Valoración de bienes”.
6. Selecciona “Consultar valoraciones”.
7. Selecciona “Cálculo del valor mínimo de referencia”
8. Selecciona “OPERACIONES A REALIZAR PARA OBTENER EL VALOR MÍNIMO EN VIVIENDAS Y ANEJOS”.

En el anexo de este texto tienes las tablas que se obtienen siguiendo los pasos del recuadro anterior. Sin embargo, las tablas que se muestran sólo son las necesarias para

realizar esta actividad. Lo que falta es el listado de todas las zonas de la Comunidad de Madrid. Si alguna vez necesitas la valoración de una zona concreta, debes seguir los pasos del recuadro y buscar la tabla que te haga falta.

Observa la tabla principal, que es la que se utiliza para realizar el cálculo:

ELEMENTO	VALOR BASE DE CALLEJERO × FACTOR CONVERSIÓN (A)	COEFICIENTES CORRECTORES (B)	SUPERFICIE CONSTRUIDA (C)	VALOR (A) × (B) × (C)
Piso	V.B.Z. (Ptas/m ²)(Valor zona)×(Tabla 2)	Antigüedad (Tabla 3)× Ubicación (Tabla 4) × Superficie (Tabla 5)	... (m ²)=	(1) ... Ptas.
Terraza en ático	V.B.Z. (Ptas/m ²)(Valor zona)×(Tabla 2)	Antigüedad (Tabla 3)	... (m ²)=	(2) ... Ptas.
Garaje	V.B.Z. (Ptas/m ²)(Valor zona)×(Tabla 2)	Antigüedad (Tabla 3)	... (m ²)=	(3) ... Ptas.
Trastero	V.B.Z. (Ptas/m ²)(Valor zona)×(Tabla 2)	Antigüedad (Tabla 3)	... (m ²)=	(4) ... Ptas.
Valor Total = (1) + (2) + (3) + (4) = ... Ptas.				

Para calcular el precio mínimo de referencia, básicamente hay que multiplicar la superficie del piso por el precio del metro cuadrado. Pero hay otros factores que hay que tener en cuenta para valorar el piso, a saber:

- Zona de la Comunidad de Madrid. El precio del metro cuadrado varía según la zona. Este valor se obtiene a través de la primera tabla que aparece en los anexos. Sólo se proporciona la tabla del distrito de Arganzuela que es la que contiene la información para realizar esta actividad.
- Tipo de propiedad, es decir, se distingue entre vivienda, garaje y trastero. El coeficiente que hay que aplicar en cada caso está en la tabla 2 del anexo.
- Antigüedad del edificio. El coeficiente que hay que aplicar en cada caso está en la tabla 3 del anexo.
- Situación en el edificio. Se aplican coeficientes correctores sobre el precio dependiendo de si estamos tratando con un piso bajo, un interior, etc. El coeficiente que hay que aplicar en cada caso está en la tabla 4 del anexo.
- Superficie. A partir de 150 m² el precio del metro cuadrado no es el mismo que para los primeros ciento cincuenta, sino que disminuye. El coeficiente que hay que aplicar en cada caso está en la tabla 5 del anexo.

En esta actividad haremos la suposición de que nuestro edificio de viviendas está en un determinado barrio y calcularemos su valor. En esta línea, calcula el precio mínimo de referencia, obtenido a través de las tablas que proporciona la Comunidad de Madrid, de un piso con las siguientes características:

- Piso situado en la zona del Paseo de las Delicias.
- 90 m² útiles.
- 8 m² de terraza en ático.
- Plaza de garaje.
- Finca con 20 años de antigüedad.
- Piso exterior.



ACTIVIDAD 17

Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso

Supongamos que se nos presenta la siguiente situación: una vez construido el edificio de viviendas de la cooperativa, uno de los cooperativistas vende la vivienda por 142.000 euros y queremos saber a cómo está vendiendo el metro cuadrado para valorar nuestra vivienda.

Imagina que las características del piso son las siguientes:

- Tiene 90 m² útiles.
- Tiene una terraza en ático de 12 m².
- El edificio tiene 5 años de antigüedad.
- Es un piso exterior.

Con estos datos calcula el valor que el vecino está dando a cada metro cuadrado.

ACTIVIDAD 18

Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

La red de transporte público de la Comunidad de Madrid es una buena red que ha crecido mucho en los últimos años, y que da un magnífico servicio a millones de personas. En las distintas páginas web que publican las diversas empresas de transporte que operan en Madrid puedes encontrar información sobre los servicios que ofrecen. Por ejemplo, en la página de RENFE, hay un mapa de la red de trenes de Cercanías de la Comunidad de Madrid que, por la calidad de servicio, es un elemento clave del transporte público en nuestra Comunidad. La dirección de la página web de RENFE es:

www.renfe.es

Supongamos que en el lugar donde se está construyendo el bloque de viviendas de tu cooperativa, no hay estación de cercanías, ni de metro, ni ninguna parada de autobús. Es un lugar dentro del término municipal de la ciudad de Madrid y que por la situación es factible que el metro, los trenes de cercanías o algún autobús establezcan una parada.

Sigamos suponiendo. Has decidido escribir una carta de petición a los poderes públicos de la Comunidad de Madrid para resolver el problema del transporte público en tu barrio. Quieres que esa carta esté apoyada por el mayor número de vecinos; pero sabes por experiencia que algunos utilizan el coche privado para todo, haga o no haga falta y que “lo del transporte público” les suena a “cosa rara”. Para estas personas en particular y para todas en general, decides redactar un pequeño discurso o documento para la presentar en la próxima asamblea de la asociación de vecinos del barrio y, también, para echarlo en los buzones de los vecinos que no asistan a la asamblea. Tu objetivo es que todos los vecinos firmen y apoyen la petición de construcción de infraestructuras para el transporte público en el barrio.

Para preparar el discurso y el pequeño folleto, que piensas repartir por los buzones, decides preparar a conciencia uno de los argumentos que se pueden esgrimir. Consiste en demostrar las enormes diferencias de coste, el cual sospechas que existe, entre el uso del transporte público y el del coche privado. Para ello, decides hacer un estudio comparativo.

Para estimar los costes anuales optas por hacer un estudio estadístico. Preguntas a 30 personas, que han adquirido un automóvil nuevo en los últimos 10 años, sobre el coste y obtienes los siguientes resultados:

Nº	Precio del coche	Litros de gasolina/100 km	Multas/año	Seguro/año	Taller/año
1	9.000,00 €	6	300,00 €	517,59 €	150,00 €
2	12.000,00 €	6,5	– €	690,12 €	– €
3	12.000,00 €	6,4	– €	690,12 €	– €
4	8.500,00 €	5,9	– €	488,84 €	200,00 €
5	6.500,00 €	5	100,00 €	373,82 €	40,00 €
6	7.200,00 €	5,2	– €	414,07 €	– €
7	7.500,00 €	5,4	– €	431,33 €	– €
8	9.000,00 €	6,2	100,00 €	517,59 €	– €
9	12.500,00 €	6,8	300,00 €	718,88 €	– €
10	8.300,00 €	5,9	– €	477,33 €	120,00 €
11	11.000,00 €	6,6	– €	632,61 €	– €
12	6.500,00 €	5	– €	373,82 €	30,00 €
13	8.900,00 €	5,7	75,00 €	511,84 €	– €
14	14.000,00 €	6,9	– €	805,14 €	– €
15	8.500,00 €	6,1	100,00 €	488,84 €	200,00 €
16	17.000,00 €	7	– €	977,67 €	– €
17	10.500,00 €	6,2	– €	603,86 €	– €
18	18.000,00 €	6,9	– €	1.035,18 €	25,00 €
19	7.200,00 €	4,8	– €	414,07 €	100,00 €
20	8.700,00 €	5	150,00 €	500,34 €	– €
21	22.000,00 €	6,8	– €	1.265,22 €	– €
22	12.350,00 €	4,9	– €	710,25 €	– €
23	6.500,00 €	4,7	75,00 €	373,82 €	125,00 €
24	8.200,00 €	6,4	75,00 €	471,58 €	210,00 €
25	15.400,00 €	5,3	– €	885,65 €	– €
26	8.000,00 €	6,1	– €	460,08 €	– €
27	14.200,00 €	6,2	– €	816,64 €	– €
28	9.000,00 €	5,1	– €	517,59 €	128,00 €
29	21.000,00 €	7,4	– €	1.207,71 €	– €
30	14.000,00 €	5,9	– €	805,14 €	– €

Para hallar el coste anual de una estrategia de transporte basada en la posesión y uso de un automóvil, puedes calcular la media de cada columna y sumar todos los resultados. Para calcular el coste anual que supone la compra del automóvil, acepta que la duración media de los automóviles es de 10 años, es decir, divide el coste medio del automóvil entre 10. Para calcular el coste en gasolina puedes suponer que se realizan 5.000 km anuales de media y utiliza como precio del litro de gasolina, 0,84 euros/litro.

Para calcular el coste en transporte sin disponer de automóvil, debes considerar los siguientes aspectos:

- Debes contabilizar el precio de un abono transporte del Consorcio de Transportes de la Comunidad de Madrid, de la persona que sustituye el coche por el transporte público. Contabiliza 30 euros/mes. No contabilizamos ningún abono más de otros miembros de la familia, porque esos abonos también habría que contabilizarlos en caso de que existiera un coche en la familia, es decir, en el caso anterior y no se ha hecho.
- En ocasiones no hay más remedio que coger un taxi. Presupuestamos 300 euros anuales en gasto de taxi. Este es el coste de coger 50 taxis al año con un coste de 6 euros por carrera.
- Algunas veces el coche es necesario para acceder a lugares que no tienen transporte público como en vacaciones o en situaciones especiales. Imaginaremos que en esas situaciones se alquila un automóvil. Imaginemos que a lo largo del año se alquila un automóvil durante 35 días. En el mercado se pueden encontrar ofertas de alquiler de automóviles por 18 euros/día.

Con todos los supuestos anteriores estima el coste de moverse usando básicamente el transporte público, por una parte, y el coste de tener y usar un automóvil privado, por otra.

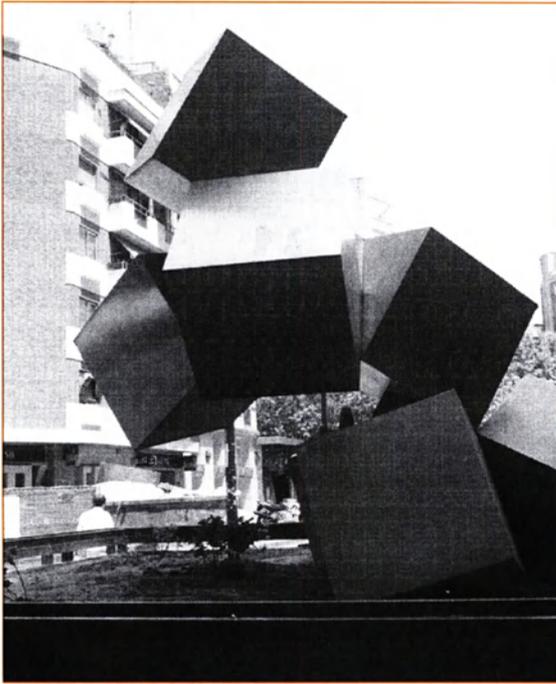
Calcula la diferencia entre moverse de una forma y de otra. Ten en cuenta que todos los cálculos puedes realizarlos con un ordenador que tenga instalada una hoja de cálculo. También puedes obtener una tabla por tu cuenta preguntando a las personas de tu entorno.

Para acabar, ¿sabrías enumerar otros costes, distintos a los que se especifican en las tablas, que conlleva la posesión y utilización de un automóvil privado?

ACTIVIDAD 19

El azar, los sorteos y Borges

Quizá te hayas preguntado alguna vez, el grado de azar al que están sometidas nuestras vidas. Es muy difícil, incluso puede resultar que sea imposible dar una respuesta cuantitativa a esta cuestión. Una respuesta cualitativa podría basarse en un pensamiento tan genérico como que ni es cien por cien azarosa, ni tampoco la certidumbre es total, como a más de uno/a le gustaría.



Escultura que da nombre a la Plaza de los Cubos de Madrid. Son cubos "cayendo" al azar.

Imagínate que piensas financiar la compra de la vivienda a través de algún juego de azar como algún tipo de quiniela o de sorteo de alguna lotería. En principio no es una buena opción, ya que por la estructura de la mayoría de los juegos que hay al alcance de cualquiera, son juegos que en el lenguaje matemático se dice que tienen "esperanza matemática negativa". ¿Qué significa esto? Muy sencillo, si una persona comprara todos los números de un sorteo de lotería o hiciera todas las combinaciones posibles en una quiniela, la inversión que tendría que realizar no compensaría el posterior premio obtenido.

Del párrafo anterior, ¿hemos de deducir que no debemos nunca participar en un juego de azar? La respuesta la tiene que dar cada persona, pero sí es conveniente que tengamos presente algunos hechos:

- El primero, es que hay juegos que requieren poca inversión y, aunque en cualquier juego de azar hay mucha más probabilidad de perder que de ganar, es posible que haya otros factores de tipo cultural que debamos tener en cuenta a la hora de participar o no.
- En segundo lugar, siempre hay que tener en cuenta el gran problema psicológico que pueden generar los juegos de azar, en concreto, los diferentes tipos de ludopatías, las cuales son peligrosísimas, puesto que pueden arruinar a una persona tanto en sentido psicológico como físico. Si una persona se encuentra jugando de forma sistemática a los diferentes juegos de azar, aunque sean pequeñas cantidades de dinero, debe preguntarse si existe un factor psicológico que le impide dominar su conducta, es decir, si existe un problema, y dependiendo de la magnitud del mismo, debe buscar ayuda psicológica externa de un profesional. Igualmente, siempre debemos estar alerta con las personas de nuestro entorno.
- Tercero, hay muchos elementos técnicos que influyen a la hora de analizar un juego de azar, pero uno de los errores más frecuentes lo constituye la llamada “falacia del jugador” consistente en pensar que, si después de muchos sorteos no se ha obtenido premio, las posibilidades de obtenerlo, si seguimos apostando por los mismos números, en próximos sorteos, aumentan. Esto es totalmente falso ya que los sorteos son independientes entre sí. Esta “falacia” la utiliza Dostoyevski⁶ de forma magistral en su novela *El Jugador*.

Veamos lo que hay que hacer en esta actividad. Supón que te encuentras con un sorteo de lotería en el que hay 100.000 números; piensas que con el sorteo quizá puedas financiar la vivienda si obtienes el primer premio; cada billete de lotería tiene dos números; hay un sólo premio de 60.000 euros; y, por último, cada billete vale 6 euros. Con estas condiciones:

- a) ¿Saldría rentable comprar 50.000 billetes, de forma que se juegue a todos los números, para ganar el premio de forma segura? ¿Por qué?
- b) Si compramos un sólo billete, ¿cuál sería la probabilidad de ganar el premio?

Más asuntos relacionados con el azar. Como ya sabes o sospechas por la actividad de los hexágonos, Jorge Luis Borges ha sabido aunar literatura y matemáticas de forma magistral, quizá como nadie lo haya hecho antes. Precisamente su cuento “*La Biblioteca de Babel*” está plagado de contenidos matemáticos, en concreto hay una referencia al azar. Antes de leer el fragmento que más adelante se proporciona has de saber que en este cuento, Borges describe la Biblioteca como contenedora de todos los libros que es posible escribir, por ejemplo, está el libro cuyo texto es “aaaaaa...”, está “*El Ingenioso Hidalgo D. Quijote de la Mancha*”, etc. También te ayudará a entender el texto, saber que la palabra “Vindicación” hace referencia a un libro donde se supone que está el porvenir de un persona. El fragmento que hay que leer para completar la actividad, es el siguiente:

⁶ Albert Einstein decía de Dostoyevski que le había enseñado mucho más que muchísimos físicos.

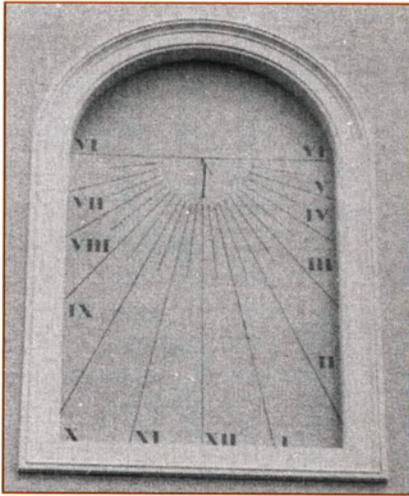
Cuando se proclamó que la Biblioteca abarcaba todos los libros, fue de extravagante felicidad. Todos los hombres se sintieron señores de un tesoro intacto y secreto. No había problema personal o mundial cuya solución no existiera: en algún hexágono. El universo estaba justificado, el universo bruscamente usurpó las dimensiones ilimitadas de la esperanza. En aquel tiempo se habló mucho de las Vindicaciones: libros de apología y profecía, que para siempre vindicaban los actos de cada hombre del universo y guardaban arcanos prodigiosos para su porvenir. Miles de codiciosos abandonaron el dulce hexágono natal y se lanzaron escaleras arriba, urgidos por el vano propósito de encontrar su Vindicación. Estos peregrinos diputaban en los corredores estrechos, proferían oscuras maldiciones, se estrangulaban en las escaleras divinas, arrojaban los libros engañosos al fondo de los túneles, morían despeñados por los hombres de regiones remotas. Otros enloquecieron... Las Vindicaciones existen (yo he visto dos que se refieren a personas del porvenir, a personas acaso no imaginarias) pero los buscadores no recordaban que la posibilidad de que un hombre encuentre la suya, o alguna pérfida variación de la suya, es computable en cero...

Después de haber leído este texto, ¿por qué crees que una persona tendría una probabilidad igual a cero de encontrar el libro de su porvenir en la imaginaria Biblioteca concebida por Borges?

ACTIVIDAD 20

Cómo hacer un reloj de sol

El reloj de sol se ha utilizado en Madrid como elemento decorativo en algunas fachadas y plazas. Podemos citar como ejemplo el reloj que hay en la pared sur del Observatorio Astronómico de Madrid y el que está en la Plaza de la Puerta de Toledo.



Reloj de sol en el Observatorio Astronómico de Madrid.



Reloj de sol cerca de la Puerta de Toledo en Madrid. Está visiblemente deteriorado.

En esta actividad se pide que construyas un reloj de sol vertical como el que existe en el Observatorio Astronómico. Se trata de que realices una maqueta de un reloj vertical para proponer que se instale en la pared sur de tu edificio de viviendas. En ocasiones, en los edificios, no existe una pared justamente orientada hacia el sur, pero se puede arreglar el problema, “calzando” el reloj de tal forma que quede exactamente orientado hacia esa dirección.

Juguemos a diseñar un barrio

21.1. ¿Qué cosas hay que saber antes de empezar a jugar?

- Soluciones urbanísticas aplicadas en Madrid en los siglos XIX y XX.
- Escalas.

21.2. ¿Qué material se necesita?

- Plano de la ciudad de Madrid.
- Cartulinas de diversos colores.
- Tijeras.
- Lápices de colores.
- Regla.
- Calculadora.
- Hoja de papel formato Din A3.

21.3. Lectura y actividades preliminares

Las casas unifamiliares o los bloques de viviendas en nuestras ciudades no suelen estar aisladas sino que están integradas en urbanizaciones, barrios, etc., por tanto, además de pensar en cómo va a ser el bloque de viviendas, o la vivienda unifamiliar, hay que pensar en su integración en un entorno concreto.

Los barrios, generalmente, los diseñan especialistas en urbanismo (arquitectos, ingenieros sociólogos, etc.), y no las personas que van a vivir en ellos, sin embargo, sí se puede hacer llegar a estos expertos determinadas propuestas.

Probablemente, las preferencias de cada persona acerca de cómo quisiera que fuera su barrio, sean en extremo diferentes, por ello a la hora de pensar y elegir los diferentes elementos que integran un entorno urbano, se debe hacer un esfuerzo por desarrollar una propuesta de equilibrio que satisfaga, al menos parcialmente, al mayor número de personas.

Siempre es bueno ver cómo se han solucionado, o se ha intentado dar solución, a los problemas asociados con la construcción de los barrios; podremos obtener ideas por una parte, y por otra parte, no caer en los mismos errores. A lo largo de la historia, se han propuesto y se han llevado a la práctica diferentes modelos urbanos. Veamos dos de esos modelos. Coge un mapa de la villa de Madrid, localiza la calle Arturo Soria y responde a las siguientes preguntas:

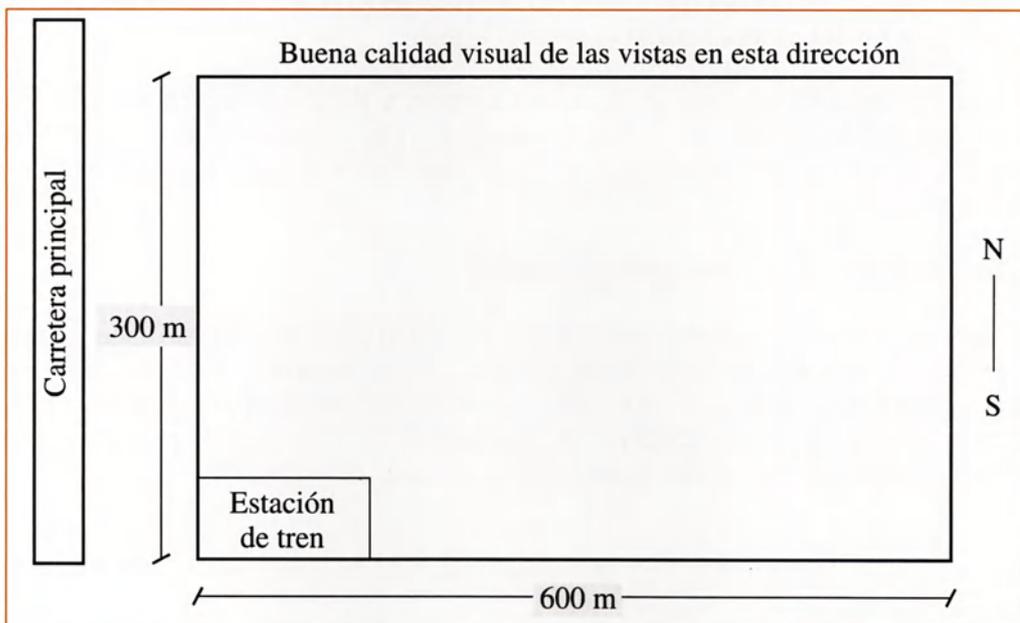
- a) ¿Qué característica básica encuentras en esta calle y sus alrededores?
- b) Sigue con el mapa de Madrid y localiza la calle Narváez, ¿qué característica te llama la atención en relación con la disposición de las calles?

21.4. Desarrollo del juego

En esta actividad se propone un juego a través del cual vas a poder diseñar un barrio y compararlo con propuestas de otros compañeros, verás, casi con total seguridad, que las soluciones propuestas van a ser diferentes. Te enfrentarás con situaciones en las que al conseguir optimizar una cualidad, otra cualidad del barrio se puede ver mermada.

Imaginemos. Nuestro bloque está en un terreno en el que el ayuntamiento de nuestra ciudad tiene previsto que se construya un nuevo barrio, cuyos bloques de viviendas van a ser promovidos por cooperativistas, tal y como se supone que somos nosotros en este supuesto práctico. Sin embargo, el barrio lo quiere diseñar el ayuntamiento, que por su gran talante democrático ha abierto un concurso de ideas sobre su configuración. El concurso es para las personas que sean cooperativistas de los bloques del nuevo barrio, y afirma que se tendrá en cuenta toda idea viable que se presente. En una asamblea de la cooperativa del bloque del que formamos parte, se ha decidido presentar una propuesta al ayuntamiento. Para elaborarla se establece un concurso o juego interno. En los párrafos siguientes se describe el juego.

El terreno en el que se va a construir la barriada es el siguiente:



En este terreno van a ir 12 bloques de viviendas. Se trata de colocar esos bloques dentro del terreno. Además, colocaremos las calles, la zona de tiendas, la escuela, las zonas verdes, el polideportivo, las paradas del autobús, y otros elementos que se te ocurran.

Los pasos que debes seguir son los siguientes:

- Dibuja a escala 1:1.500 un plano del barrio sobre una cartulina de color marrón claro. Tal y como es el terreno necesitaremos un rectángulo de 40 cm × 20 cm para lo que es el barrio.
- Recorta unos cuadrados en cartulina o en papel de color rojo para representar los bloques de viviendas. Vamos a suponer que las viviendas son de planta cuadrada de 30 metros de lado, eso significa que los cuadrados han de ser de 2 cm de lado.
- Recortaremos otros 12 cuadrados de color verde de 3 centímetros de lado. Este espacio representará un posible jardín alrededor de cada bloque. Pegaremos los cuadrados rojos en el centro de los cuadrados verdes. A la hora de colocar los bloques y su jardín en el plano del barrio, adoptaremos la regla de no solapar los jardines propios de cada edificio entre sí.
- Para la escuela recortaremos un rectángulo de papel blanco de 5 centímetros de lado.
- El espacio que queramos dedicar a zonas verdes lo marcaremos con un lápiz de color verde. Obligatoriamente colocaremos una zona verde de 1 centímetro de ancho aproximadamente pegada a la carretera principal, para que actúe de pantalla acústica.
- El espacio que queramos dedicar a calzada para los automóviles lo pintaremos con lápiz normal. Recuerda que todos los bloques deben tener acceso a una calzada (no aprietes mucho el lápiz por si hay que borrar).
- Recorta un cuadrado más de cartulina naranja y de 1 centímetro de lado, para representar la zona de tiendas. Este cuadrado lo pondremos encima de uno de los bloques, ya que se supone que uno de los bloques será el que tendrá las tiendas en su planta baja.
- En la calzada sitúa una parada de autobús.
- Además, puedes situar otros elementos constructivos como un carril-bici, unos contenedores para reciclaje de vidrio y papel o un aparcamiento al lado de la estación de cercanías del tren, que actúe como elemento motivador para dejar el coche aparcado en la estación de cercanías y desplazarse en tren. Así mismo, si se te ocurre otro elemento constructivo sitúalo donde estimes conveniente.



Contenedores para el reciclaje de vidrio y papel en la Comunidad de Madrid.

El objetivo del juego es conseguir, a través de la colocación de los distintos elementos, la mejor configuración posible del barrio. ¿Qué se puede valorar a la hora de decidir si una configuración es mejor que otra? Si pidiéramos a cinco personas que elaboraran una lista de aspectos y establecieran un sistema de puntos, probablemente saldrían cinco propuestas diferentes. Podéis intentar poneros de acuerdo entre los alumnos para elaborar una lista, de todas formas a continuación tenéis una propuesta:

- Distancia media de los edificios a la carretera principal. Cuanta más distancia haya, menos ruidos tendrán que soportar los vecinos.
- Menor número de metros de carretera dentro del barrio. Cuanta menos carretera interna haya, más tranquilo y menos contaminado es el barrio y hay más espacio para otros usos.
- Distancia media a los locales comerciales. Cuanta menos distancia media haya, más cómodo es para todos acceder a los locales.
- Mayor número de metros cuadrados dedicados a zonas verdes.
- Mayor número de bloques sin obstáculos en la dirección norte-sur. La orientación norte-sur es la óptima en cuanto a la adaptación climática de los edificios y en este caso es la que presenta las mejores vistas.
- Distancia media a la escuela.
- Distancia media a la estación de tren.
- Se puede valorar la introducción de elementos urbanísticos útiles para la comunidad.

El siguiente paso del juego es la comparación de unas disposiciones con otras. No se trata de competir con nadie, sino de ver cuál es la mejor disposición. Para funcionar a través de un sistema de puntos, se puede confeccionar una tabla como la que se muestra a continuación:

(Sería conveniente confeccionar esta tabla en Din A3 o en la pizarra, ya que las filas son muy largas)

	Distancia media a la carretera principal	Ptos.	Metros de carretera interna en el barrio	Ptos.	Número de m² dedicados a zonas verdes	Ptos.	Distancia media a los locales comerciales	Ptos.
Disposición 1								
Disposición 2								
Disposición 3								
Disposición 4								
Disposición 5								
...								

Como las filas de la tabla son muy largas, aquí se muestra la tabla en dos partes.

	Bloques de casas orientados en la línea norte-sur sin edificios delante	Ptos.	Distancia media a la escuela	Ptos.	Distancia media a la estación de cercanías	Ptos.	Ptos por otros conceptos	TOTAL
Disposición 1								
Disposición 2								
Disposición 3								
Disposición 4								
Disposición 5								
...								

Para asignar los puntos lo podemos hacer de la siguiente forma:

- Para cada columna se miran cuáles son las cinco mejores disposiciones, a la mejor se le ponen 5 puntos, al segundo 4 puntos y así sucesivamente. Eso se hace con todas las columnas, excepto en la última, que podemos dar 2 puntos por cada elemento urbanístico que se introduzca.
- En cada fila sumaremos todos los puntos obtenidos. La disposición que más puntos obtenga, en principio, podría ser la más adecuada.

Por último hay dos aspectos que quizá puedan ser útiles:

- Se puede plantear si las disposiciones las hace cada alumno individualmente o por equipos. En ambos casos el juego es interesante, pero si se hace por equipos se recomienda que los grupos no sean de más de tres personas.
- Los muy matemáticos habrán advertido que la media aritmética es un parámetro que caracteriza las distribuciones de manera parcial, y que podría ser conveniente, calcular algún parámetro de dispersión alrededor de la media. Para simplificar y agilizar el juego, puede ser interesante jugar tal y como se ha planteado, pero también puedes calcular la desviación típica de las distintas distribuciones y no valorar aquellas que tengan algún edificio fuera de un determinado intervalo construido con la citada desviación típica y alrededor de la media.

Para concluir el juego se puede organizar en clase una ronda de intervenciones donde se puede exponer:

- Elementos urbanísticos introducidos que no estuvieran en el guión.
- Dificultades encontradas.
- Posibles propuestas de ponderación de las diferentes variables. Es decir, se puede realizar un debate de valoraciones, es una forma que tenéis de intercambiar opiniones y poner sobre la mesa los problemas y las posibilidades de los espacios urbanos.

Por los gastos para la adquisición de la vivienda... ¿Rebajas en el IRPF?

Cuando adquirimos una vivienda, que pensamos convertir en domicilio habitual, el Ministerio de Hacienda nos permite hacer una rebaja en el IRPF. En esta actividad realizaremos una declaración de la renta con unos datos bastantes usuales y aplicaremos la rebaja que el citado Ministerio nos permite realizar. Para hacer los cálculos seguiremos las instrucciones de la declaración del año 2000 que, como sabes, se tuvo que presentar en la primavera del año 2001.

En las instrucciones de la guía, que acompaña a los impresos, las cantidades se dan en pesetas, pero esta actividad del supuesto práctico de entrenamiento y en la actividad propuesta, las cantidades vienen dadas en euros. Se han hecho pequeñas transformaciones de las instrucciones de la guía utilizando la equivalencia 1 euro=166,386 pesetas.

Para declaraciones de años posteriores es posible que cambien los impresos e incluso las normas, sin embargo, una vez que se aprende a hacer una declaración un año es relativamente fácil adaptarse a los cambios que vayan surgiendo.

Tanto la actividad de entrenamiento como la propuesta, se han confeccionado pensando en que la declaración de la renta se hace de forma “manual”, pero has de saber que en las delegaciones del Ministerio de Hacienda tienes el programa de ordenador “Padre” que permite hacer la declaración de forma automática. Este programa también lo puedes conseguir en la siguiente dirección de Internet:

www.minhac.es

Hacer la declaración de forma manual tiene interés porque permite captar la estructura del impuesto y, por tanto, te permite planificar tus acciones económicas para pagar lo menos posible dentro de la legalidad.

Supongamos que vamos a realizar una declaración conjunta con nuestro cónyuge y que partimos de los siguientes datos, que obtenemos a partir de los certificados que nos proporciona nuestro centro de trabajo, el banco, etc.

Certificado del centro de trabajo:

- Retribuciones brutas por trabajo correspondientes al año anterior: 25.560,95 euros.
- Retenciones a cuenta en el trabajo: 2.542,19 euros.
- Cotización a la Seguridad Social: 1.635,84 euros.
- Certificado del banco de una cartilla de ahorro que tenemos con 438,74 euros:
- Intereses brutos: 1,42 euros.
- Retenciones a cuenta: 0,25 euros.

Certificado del banco referente al préstamo hipotecario contraído para comprar la vivienda:

- Cantidad satisfecha en concepto de intereses en el año anterior: 5.135,28 euros.
- Cantidad satisfecha en concepto de amortización del capital principal: 2.486,03 euros.

Además, imaginemos que el año anterior nació un hijo. Por este concepto en la Comunidad de Madrid también podemos obtener una rebaja en el impuesto.

Pues bien, realiza una declaración de la renta con estos datos.

CAPÍTULO III

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE ENTRENAMIENTO

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 1

El proyecto

Solución del subapartado 1.1

Para realizar un proyecto, sea técnico o de otra naturaleza, para resolver un problema o conseguir un determinado fin, debemos seguir una serie de pasos de forma ordenada. Estos pasos los podemos esquematizar de la siguiente forma:

1. Plantear qué es lo que se quiere hacer, es decir, contestar a preguntas del tipo: ¿qué quiero hacer?, ¿por qué?, ¿para qué?,...
2. Plantear cómo se va a hacer lo que se pretende hacer: planificar los pasos del proyecto, realizar un presupuesto y definir la estrategia de financiación, entrar en detalles de las partes parciales del proyecto y, en general, planificar todo aquello que se pueda planificar.
3. Realizar y llevar a la práctica todo aquello que se haya planificado.
4. Evaluar y corregir, si fuera necesario y posible, lo que se ha realizado.

Solución del subapartado 1.2

En este subapartado se han planteado tres preguntas, y las posibles respuestas se muestran a continuación (se utiliza la palabra “posibles” porque la naturaleza de las preguntas hace que las respuestas sean abiertas):

1. La razón principal para entrar en una cooperativa de viviendas es, sencillamente, poder acceder a una vivienda nueva con un precio reducido respecto a las vivien-

das promovidas por constructoras privadas. Sin embargo, entrar en una cooperativa puede presentar inconvenientes: si es muy pequeña puede haber muchos asuntos que tenga que resolver el cooperativista, con los consiguientes “quebraderos de cabeza” aunque, dependiendo del talante de cada uno, los problemas pueden convertirse en retos estimulantes; si es muy grande, es posible que existan aspectos sobre los que sea difícil influir de forma efectiva.

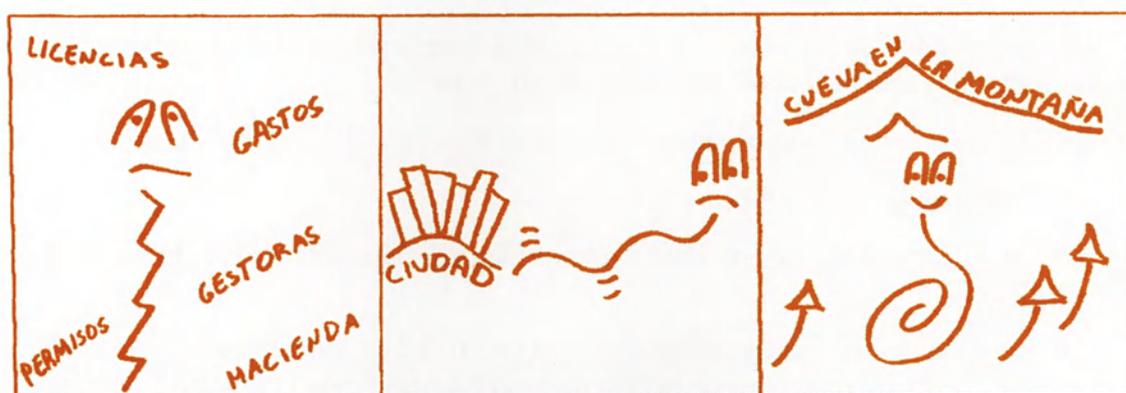
2. Suponiendo que se está en una cooperativa pequeña y que podamos influir de manera efectiva en aspectos del diseño y de la construcción, podemos actuar sobre múltiples factores. Seguidamente se indican tres de ellos, pero hay que tener en cuenta que esta lista es abierta.
 - Realización de propuestas sobre la forma del edificio y sobre la distribución de las plantas.
 - Realización de propuestas sobre materiales y calidades.
 - Realización de propuestas sobre aspectos estéticos del edificio y su entorno.
3. Las repercusiones básicas particulares se centran en la financiación y la fiscalidad, por ello, se debe tener previsto cómo vamos a pagar la vivienda y la rebaja fiscal en el IRPF que podemos obtener.

Solución del subapartado 1.3

El establecimiento de los pasos para llevar adelante una cooperativa de viviendas no es una tarea fácil y conlleva una considerable dificultad si no se ha tenido una experiencia previa. La causa es que se trata de una actividad muy reglada por la administración tanto a escala municipal y autonómica como central. A continuación tienes un esquema de esos pasos, de carácter orientativo, que no pretende ser exhaustivo pero sí tiene el objetivo de mostrarte la citada complejidad. Cada uno de estos pasos se puede a la vez planificar, y de hecho la persona a la que corresponda así lo debe hacer. Las indicaciones que siguen están inspiradas en el magnífico libro sobre cooperativas de E. Cachorro, que aparece citado en la bibliografía.

1. Establecimiento del grupo fundador.
2. Realización de la asamblea constituyente, fase en la cual se debe elegir el nombre de la cooperativa y se deben aprobar los estatutos.
3. Se debe acudir al Registro General de Cooperativas para solicitar la exclusividad del nombre de la cooperativa.
4. Realización de una escritura pública con acuerdos de la asamblea constituyente.
5. Presentación de la escritura en la Consejería de Hacienda para pagar los impuestos pertinentes y obtener un CIF.
6. Búsqueda del solar.

7. Apertura de una cuenta bancaria para realizar los pagos que vayan surgiendo.
8. Contratación de gestores de la cooperativa que actúen de entidad administrativa, en caso de que no lo hagan los propios cooperativistas o una comisión surgida de ellos, y contratación de arquitectos.
9. Avance del proyecto antes de comprar el solar para saber las posibilidades existentes. En esta fase los arquitectos deben estudiar las propuestas funcionales y estéticas de los cooperativistas con el fin de establecer su viabilidad.
10. Establecimiento por parte de los gestores de las condiciones económicas.
11. Compra del solar.



12. Liquidación en la Consejería de Hacienda de los impuestos asociados a la compra del solar. Liquidación en el ayuntamiento del impuesto de plusvalía. Inscripción del solar en el registro de la propiedad y expedición por su parte de un certificado en el que conste que el solar está libre de cargas.
13. Solicitud en la Gerencia de Urbanismo de un certificado de las condiciones del solar.
14. Entrega al arquitecto de las propuestas de los cooperativistas.
15. Redacción por parte del arquitecto del proyecto que tiene que estar visado por el colegio profesional.
16. Solicitud a la Dirección General de la Vivienda de la calificación provisional, y expedición de ésta.
17. Proyecto de ejecución realizado por el arquitecto, en el que están contenidas las directivas para construir las viviendas.
18. Contratación del aparejador.
19. Solicitud de licencia ante el ayuntamiento con los correspondientes avales y posterior concesión de esta licencia.

20. Obtención de escritura de obra nueva y división horizontal ante notario. Hay que liquidar en Hacienda el impuesto correspondiente. Igualmente hay que inscribir esta escritura en el Registro de la Propiedad.
21. Solicitud de presupuestos a empresas constructoras. Con la ayuda de la entidad gestora, del arquitecto y del aparejador, se puede pedir los presupuestos aplicando determinadas condiciones, como calidades, plazos de ejecución, forma de participar en las decisiones que haya que tomar sobre la marcha, etc.
22. Solicitud del préstamo, si no se dispone de fondos.
23. Contratación de obras.
24. Tira de cuerdas y comienzo de las obras.
25. Adjudicación de las viviendas por el procedimiento acordado en la asamblea.
26. Supervisión de las obras y formulación de propuestas sobre la marcha según los acuerdos tomados con la empresa constructora.
27. Acometida de servicios, agua, energía eléctrica, etc.
28. Terminación de las obras.
29. Certificación del final de obra y trámites legales para obtener la calificación legal definitiva.
30. Reunión de los representantes de la cooperativa y las contratistas en la que se revisará la obra y se levantará un acta de recepción con indicación de las anomalías.
31. La entidad administrativa de la cooperativa presentará a la asamblea el estado de cuentas de la cooperativa y la liquidación de cuentas provisional.
32. Contratación de servicios comunes como la antena colectiva, los ascensores, etcétera, que deben afrontarse colectivamente.
33. Alta en la contribución urbana.
34. Realización de las escrituras de adjudicación de las viviendas y liquidación de los impuestos correspondientes así como la inscripción registral.
35. Entrega de llaves.
36. Subsanación de las anomalías y liquidación definitiva de las obras.
37. Liquidación definitiva de la promoción con la supervisión de las cuentas llevadas por la entidad administrativa.
38. Liquidación de la cooperativa pasando la edificación al régimen de comunidad de propietarios sometida a la Ley de Propiedad Horizontal.

Todos estos puntos son los puntos básicos. El cooperativista puede involucrarse en la realización de muchos de ellos. Observa que hay elementos de la construcción que están abiertos a diversas posibilidades. Si un cooperativista quiere realizar una propuesta, por ejemplo, sobre la forma del bloque y la distribución de los pisos en planta tendrá que hacer

un proyecto para presentar a la asamblea y a los arquitectos, estableciendo los cuatro puntos, o lo que se considere interesante de los cuatro puntos, que se han mencionado en la solución del subapartado 1.1 de esta actividad.

Solución del subapartado 1.4

1. ¿Quién debe redactar y aprobar los estatutos de la cooperativa?

Los propios cooperativistas aunque es conveniente que se cuente con experiencia previa o con asesoramiento profesional.

2. ¿Quién debe llevar la gestión económica de la cooperativa?

Lo más apropiado es que las cuentas sean llevadas por una entidad administrativa profesional, aunque también las pueden llevar los propios cooperativistas.

3. ¿Quién debe diseñar el edificio y realizar el proyecto de ejecución de la obra?

Obligatoriamente el arquitecto, si bien, se le pueden hacer propuestas concretas sobre elementos estéticos o de otro tipo.

4. ¿Quién debe realizar efectivamente la obra?

Una empresa constructora.

5. Los pequeños proyectos estéticos o funcionales que realicen los cooperativistas, ¿a quién se deben presentar para que los ejecute?

En primer lugar a la asamblea de la cooperativa para que el proyecto sea asumido por los cooperativistas con el grado de acuerdo o mayoría (simple, absoluta u otra) que establezcan los estatutos; posteriormente los proyectos deben presentarse a la empresa constructora y al arquitecto, si procede.

Solución del subapartado 1.5

Las acciones de evaluación y control se realizan al final de la ejecución, por esta razón las etapas de control se concentran al final de la lista. Una posible respuesta a este subapartado es la siguiente:

1. Supervisión de las obras y formulación de propuestas sobre la marcha según los acuerdos tomados con la empresa constructora.
2. Reunión de los representantes de la cooperativa y las contratistas en la que se revisará la obra y se levantará un acta de recepción con indicación de anomalías.

3. La entidad administrativa de la cooperativa presentará a la asamblea el estado de cuentas de la cooperativa y la liquidación de cuentas provisional.
4. Subsanción de las anomalías y liquidación definitiva de las obras.
5. Liquidación definitiva de la promoción con la supervisión de las cuentas llevadas por la entidad administrativa.

Solución del subapartado 1.6

1. Definición del problema.

Se trata de confeccionar una maqueta para presentar a la asamblea para que apoye el proyecto de realizar una escultura. Para ello hay que realizar la maqueta de forma que quede vistosa y ofrezca una idea lo más real posible de cómo podría quedar la obra terminada.

2. Planificación.

A la hora de confeccionar la maqueta puedes tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Tamaño.
- Color o combinación de colores.
- Material. Considerar si se puede utilizar material reciclado.
- Herramientas y criterios de seguridad a la hora de utilizarlas.
- Cómo hacerlo (utiliza la solución de la actividad nº 12).
- Disposición final de la escultura sin olvidar su funcionalidad estética.
- Coste económico de la maqueta.
- Consideración de los cambios que puede haber entre la construcción de la maqueta y la maqueta realizada y establecimiento de las condiciones sobre material, precio, etc.

3. Ejecución.

Una vez terminados todos los aspectos del apartado de planificación, ejecuta tu obra, la maqueta, según las indicaciones de la solución de la actividad nº 12.

Puedes realizar un informe suponiendo que tienes que hacer una presentación ante la asamblea de la cooperativa. En el informe del proyecto puedes introducir la presentación del monumento con exposición de la maqueta, coste real de la realización del proyecto con el material definitivo que se escoja para proponer al escultor, explicación de las figuras, etc.

4. Evaluación.

Terminada la maqueta de la escultura, evalúa si cumple la finalidad para la que ha sido confeccionada, es decir, si estéticamente te parece aceptable y si podría ser efectiva en una supuesta presentación ante la asamblea de la cooperativa.

5. Fase adicional. Solicitud al ayuntamiento.

Las solicitudes tienen una serie de apartados muy concretos; esos apartados y una posible forma de rellenarlos es la siguiente:

- Datos personales. Debes poner tu nombre, dirección, DNI y dado el caso que estamos tratando, se debe especificar que actúas en representación de la cooperativa.
- **Expone.** En este apartado debes exponer la intención de la cooperativa de encargar la construcción del monumento y la instalación supuesta en terrenos municipales.
- **Solicita.** En este apartado debes pedir la concesión de permiso para la instalación del monumento.
- Firma y fecha.
- Persona a la que va dirigida la solicitud. Para saber la persona a la que va dirigida la solicitud, se puede preguntar en los servicios de información del ayuntamiento.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 2

Las dimensiones de la parcela

El problema se resuelve a través de una sencilla ecuación de primer grado. En primer lugar debemos saber que la superficie de un rectángulo se obtiene multiplicando lado por lado, por tanto, nuestra ecuación queda de la siguiente forma:

$$1050 \text{ m}^2 = 30 \text{ m} \cdot \text{lado desconocido}$$

De esta ecuación podemos despejar fácilmente el lado desconocido y calcular su valor:

$$\frac{1050 \text{ m}^2}{30 \text{ m}} = \text{lado desconocido}$$
$$\text{lado desconocido} = 35 \text{ m}$$

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 3

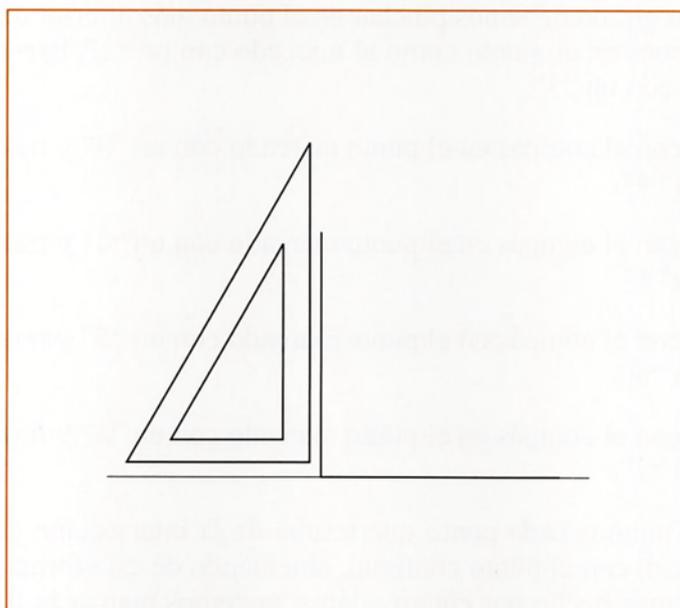
Dibujo de una planta cuadrada a escala

Para realizar esta actividad tienes que dibujar un cuadrado. Para hacerlo puedes utilizar los ángulos rectos de una escuadra o de un cartabón.

El problema principal consiste en establecer las dimensiones del cuadrado. Cuando tenemos un dato real que queremos representar a escala tenemos que dividir el dato real entre la escala utilizada, en nuestro caso:

$$\frac{20 \text{ m reales}}{200 \text{ m reales}} = 0,1 \text{ m en el papel} = 10 \text{ cm en el papel}$$
$$\frac{1 \text{ m en el papel}}{10 \text{ cm en el papel}}$$

Esto significa que hay que dibujar un cuadrado de 10 cm de lado. Para hacer el dibujo, traza la línea inferior del cuadrado con más de 10 cm, de esta forma se facilita el uso de la escuadra o el cartabón. Posteriormente borra lo que sobre de los 10 cm.



SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 4

Plantas hexagonales. ¿Por qué no?

4.1. Dibujo de un hexágono

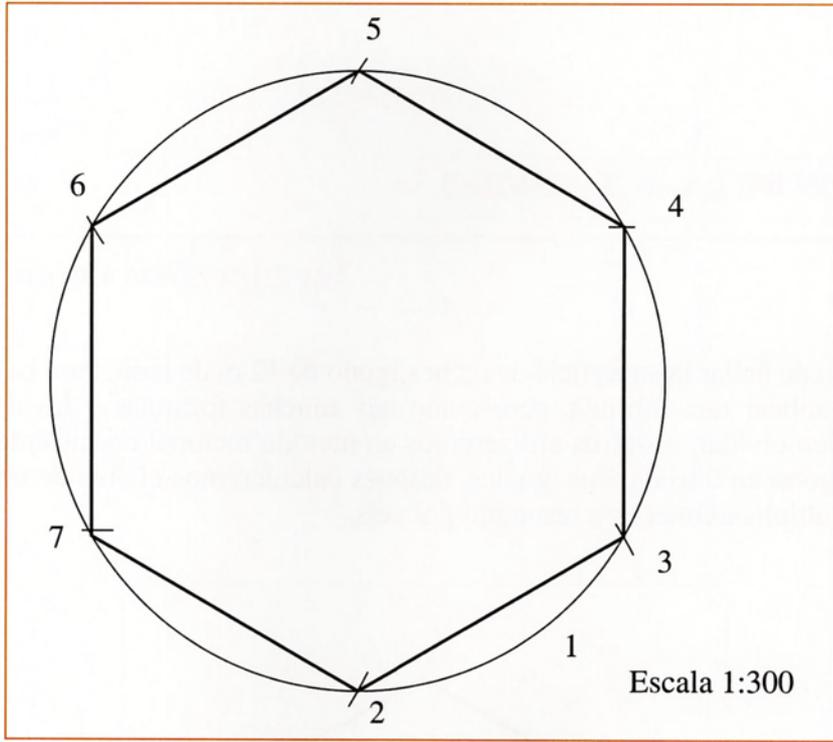
Para construir un hexágono hay que seguir una serie de pasos que corresponden con los números de la figura que aparece más adelante y que a continuación se explican:

1. Con un compás trazamos una circunferencia. La longitud del radio de esta circunferencia coincide con la abertura del compás, y debe ser igual a la longitud del lado del hexágono que queramos dibujar. Recordemos que en el enunciado nos piden que dibujemos la representación de un hexágono de 12 m de lado con una escala de 1:300. Veamos cuántos centímetros en el papel son 12 m utilizando la citada escala (observa cómo se plantea el cambio de escala y compáralo con el realizado en el ejercicio anterior):

$$12 \text{ m reales} = 12 \text{ m reales} \cdot \frac{1 \text{ m en papel}}{300 \text{ m reales}} = 0.04 \text{ m en papel} = 4 \text{ cm en papel}$$

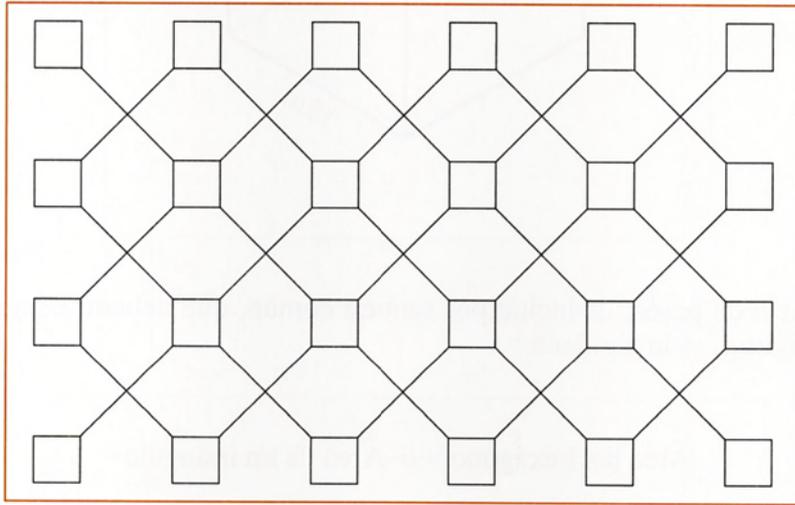
Según estos cálculos, tenemos que dibujar un hexágono de 4 cm de lado. Por tanto, trazamos la circunferencia con una abertura de compás de 4 cm.

2. Pinchamos en un punto cualquiera de la circunferencia, aunque para conseguir un hexágono no girado debemos pinchar en el punto más inferior de la circunferencia. Pinchando pues en un punto como el marcado con un “2”, hacemos el arco que se ha marcado con un “3”.
3. Pinchamos con el compás en el punto marcado con un “3” y trazamos el arco marcado con un “4”.
4. Pinchamos con el compás en el punto marcado con un “4” y trazamos el arco marcado con un “5”.
5. Pinchamos con el compás en el punto marcado con un “5” y trazamos el arco marcado con un “6”.
6. Pinchamos con el compás en el punto marcado con un “6” y trazamos el arco marcado con un “7”.
7. Por último, unimos cada punto que resulta de la intersección de cada arco con la circunferencia, con el punto contiguo, obteniendo de esta forma el hexágono. Si el dibujo lo hemos hecho por entero a lápiz, podemos marcar la figura del hexágono con tinta y borrar la circunferencia y los arcos auxiliares que hemos utilizado.

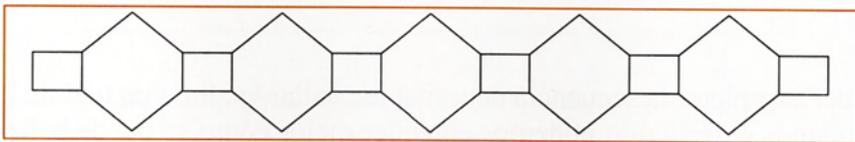


4.2. Jorge Luis Borges, los hexágonos y la arquitectura

Según está descrita la biblioteca, un posible dibujo de la planta combinaría cuadrados y hexágonos de la siguiente forma:



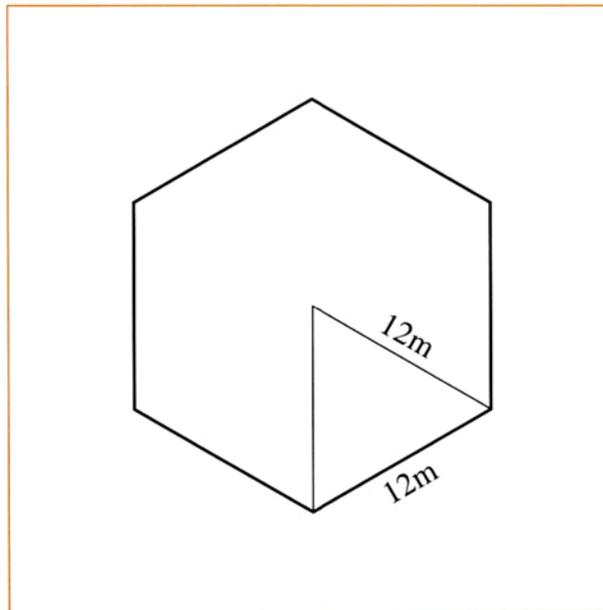
Otra posibilidad, que se puede extraer del texto de Borges, es que la biblioteca sólo se extienda en una dimensión:



SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 5

La superficie de un hexágono

Se trata de hallar la superficie de un hexágono de 12 m de lado. Para hallarla podríamos aplicar una fórmula, pero como hay muchas fórmulas y las de uso menos común se suelen olvidar, nosotros utilizaremos un método racional consistente en descomponer el hexágono en 6 triángulos iguales, después calcularemos el área de uno de ellos y, por último, multiplicaremos este resultado por seis.



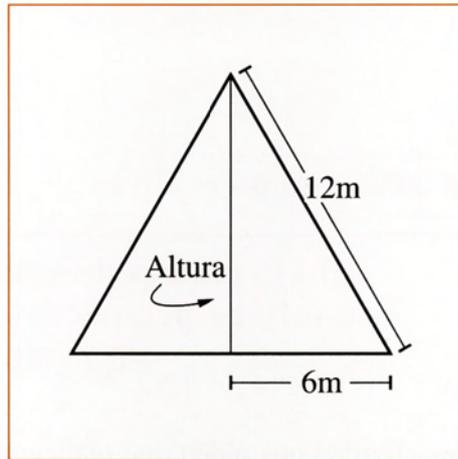
La secuencia de pasos, deducida por sentido común, que debemos seguir para hallar el área del hexágono, es la siguiente:

$$\text{Área del hexágono} = 6 \cdot \text{Área de un triángulo}$$

$$\text{Área de un triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$\text{Base} = 12 \text{ m}$$

Para poder completar la secuencia necesitamos hallar la altura de uno de los seis triángulos. Si dibujamos el triángulo podemos entender mejor cómo se puede hallar.



Como ves en la figura, para hallar la altura podemos considerar un triángulo rectángulo en el que la altura del triángulo equilátero, que es la longitud que vamos buscando, es uno de los catetos del triángulo rectángulo. Así pues, podemos aplicar el teorema de Pitágoras⁷:

$$(12 \text{ m})^2 = \text{altura}^2 + (6 \text{ m})^2$$

$$144 \text{ m}^2 = \text{altura}^2 + 36 \text{ m}^2$$

$$144 \text{ m}^2 - 36 \text{ m}^2 = \text{altura}^2$$

$$\text{altura} = +\sqrt{108 \text{ m}^2}$$

$$\text{altura} = 10,4 \text{ m aprox.}$$

Una vez que ya tenemos la altura del triángulo equilátero, que es uno de los seis que integran el hexágono, podemos calcular el área del hexágono.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{10,4 \text{ m} \cdot 12 \text{ m}}{2} = 62,4 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del hexágono} = 6 \cdot 62,4 \text{ m}^2 = 374,4 \text{ m}^2$$

⁷ No se sabe muy bien si el teorema de Pitágoras realmente lo desarrolló Pitágoras o algún miembro de la “secta” que parece que fundó en el S.VI. a. de C. Tanto su persona como la secta que fundó permanecen envueltos en halo de misterio, pero algunas cosas se sabe de ellos, por ejemplo, consideraban pecado comer alubias, tocar un gallo blanco o andar por las carreteras. Es conocida la “anécdota” de la ocultación de la raíz cuadrada de dos durante varios siglos, por considerar su serie ilimitada de decimales no periódicos como algo maligno y monstruoso.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 6

Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

En el enunciado de la actividad nos piden que realicemos el dibujo en tres dimensiones en perspectiva caballera y en perspectiva axonométrica, y por esta razón la solución de la actividad tiene dos apartados donde se explica cómo dibujar el edificio en los dos tipos de perspectiva.

A. Perspectiva caballera

Para realizar el dibujo en esta perspectiva seguimos los siguientes pasos:

1. Se trata de dibujar un prisma recto de base cuadrada y lo primero que haremos será calcular, con la escala 1:400, las dimensiones con las que en nuestro papel debemos dibujar nuestro edificio. La planta es un cuadrado de 20 metros de lado, y en nuestro papel ese cuadrado debe tener:

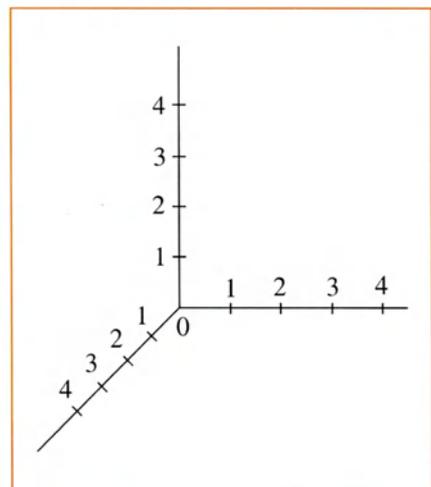
$$20 \text{ m reales} = 20 \text{ m reales} \cdot \frac{1 \text{ m en papel}}{400 \text{ m reales}} = 0,05 \text{ m en papel}$$

Así pues, los 20 metros reales se convierten en 0,05 metros en el papel, que pasados a centímetros son 5 cm. Por otra parte, los 30 m de altura, haciendo los mismos cálculos se convierten en 7,5 cm en el papel.

2. En primer lugar haremos el dibujo en perspectiva caballera. Para utilizar la citada perspectiva tenemos que dibujar unos ejes como los de la figura.

Aunque en esta figura aparecen los números marcando la escala, en el dibujo del edificio no deben aparecer dichos números. Cuando el dibujo esté acabado, tampoco han de aparecer los ejes.

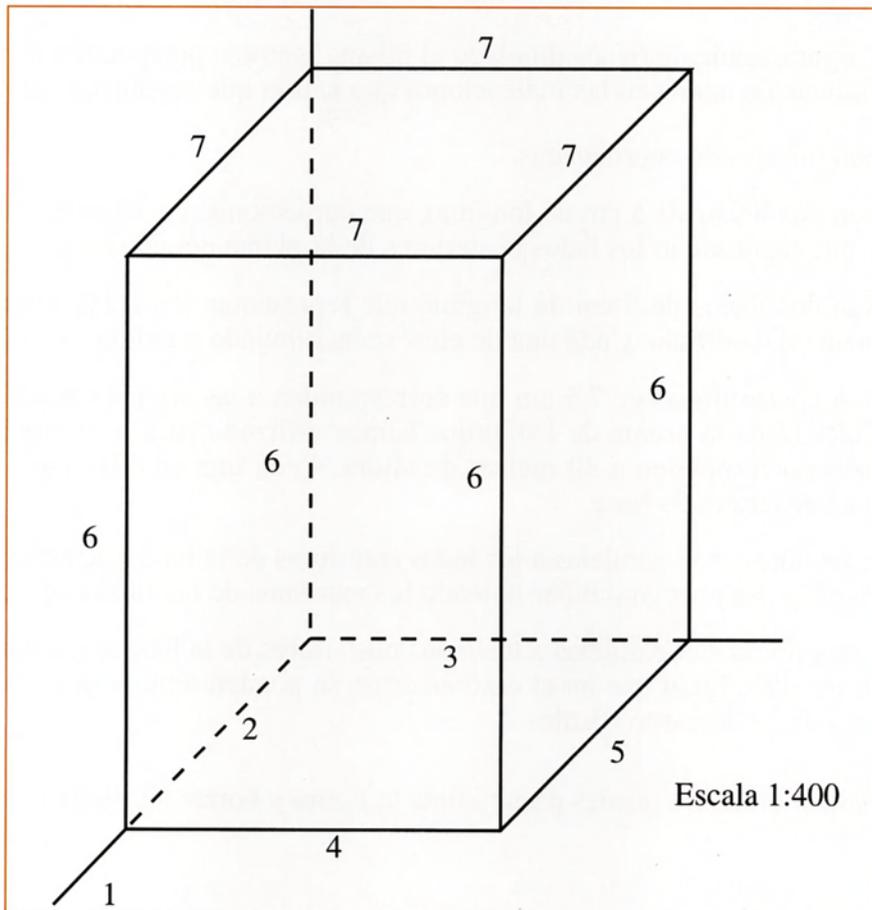
Observa que la escala del eje oblicuo es distinta a la de los ejes horizontal y vertical, de hecho hay que reducirla. La reducción del eje oblicuo se hace para que las figuras no salgan distorsionadas.



3. En la figura aparece el dibujo del prisma de base cuadrada, que representa una visión tridimensional en perspectiva caballera del edificio. Los números corresponden con los del gráfico siguiente:

- Con “1” se han marcado los ejes de coordenadas.
- La línea marcada con un “2” corresponde al lateral izquierdo de la planta del edificio. La longitud de esta línea es de 5 unidades en el eje oblicuo.
- La línea marcada con un “3” corresponde al lado posterior de la planta del edificio. La longitud de esta línea es de 5 centímetros.
- La línea marcada con un “4” corresponde al lado anterior de la planta del edificio. Su longitud es de 5 cm.
- La línea marcada con un “5” corresponde al lado lateral derecho de la planta del edificio. La longitud de esta línea es de 5 unidades sobre el eje oblicuo.
- Con un “6” se han marcado cuatro líneas verticales de 7,5 centímetro de longitud (30 metros de altura en escala 1:400 son 7,5 centímetros) que parten de los vértices del cuadrado que constituye la base.
- Con un “7” se han marcado las líneas que surgen de unir los extremos de las líneas verticales.

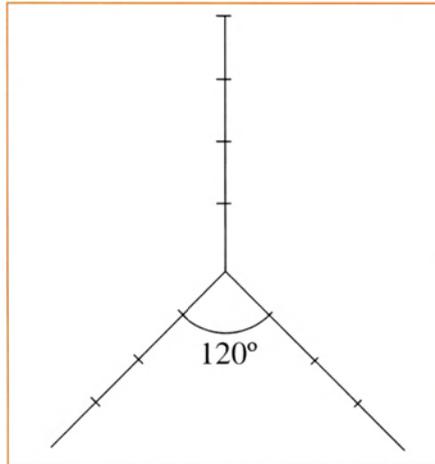
Para finalizar el dibujo puedes pasar a tinta la figura y borrar los ejes de coordenadas.



B. Perspectiva axonométrica

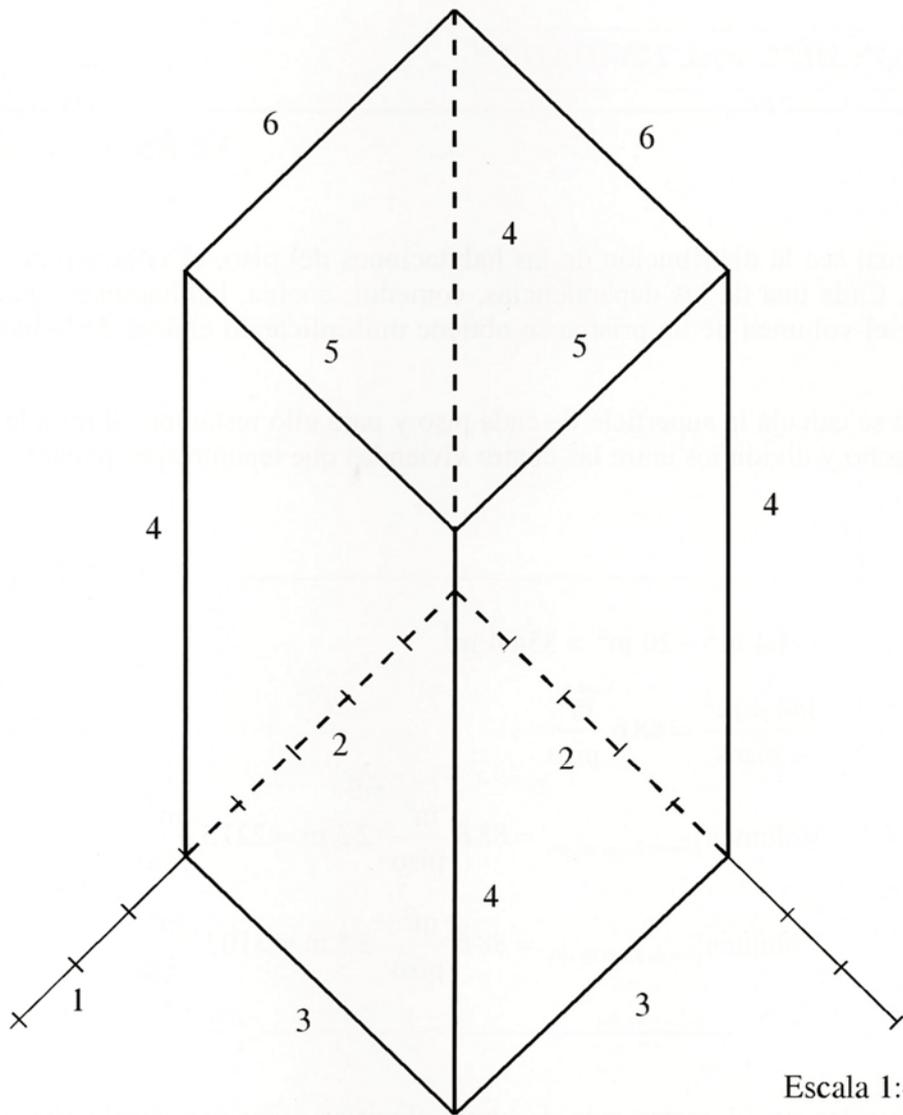
Para dibujar el edificio en perspectiva axonométrica, seguimos los siguientes pasos:

- En primer lugar dibujamos los ejes de coordenadas tal y como aparecen en la figura. En esta figura cada pareja de ejes forma un ángulo de 120° . En el caso de la perspectiva axonométrica no hay ninguna reducción de la escala en ninguno de los ejes.



- En la figura siguiente tienes dibujado el prisma recto en perspectiva axonométrica. A continuación aparecen las indicaciones que habría que seguir para dibujarlo.
 1. Son los ejes de coordenadas.
 2. Son dos líneas de 5 cm de longitud, que corresponden a 20 m en escala 1:400, y que representan los lados posteriores de la planta del edificio.
 3. Son dos líneas de 5 cm de longitud que representan los lados anteriores de la planta del edificio. Cada una de ellas se ha dibujado paralela a un eje.
 4. Son cuatro líneas de 7,5 cm que corresponden a las aristas verticales del edificio. Dada la escala de 1:400 que hemos utilizado para este dibujo, estas líneas corresponden a 30 metros de altura. Cada una de ellas parte de uno de los vértices de la base.
 5. Estas líneas son paralelas a los lados anteriores de la base que están por debajo de ellas. Se pueden dibujar uniendo los extremos de las líneas verticales.
 6. Estas líneas son paralelas a los lados posteriores de la base que están por debajo de ellas. Igual que en el caso anterior, se pueden dibujar uniendo los extremos de las líneas verticales.

Para finalizar el dibujo puedes pasar a tinta la figura y borrar los ejes de coordenadas.



Escala 1:400

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 7

Volumen de un piso

Sea cual sea la distribución de las habitaciones del piso, el volumen no va a variar. Cada una de las dependencias, comedor, cocina, habitaciones, etcétera, es un prisma, y el volumen de un prisma se obtiene multiplicando el área de la base por la altura.

Primero se calcula la superficie de cada piso y para ello restamos 20 m^2 a la superficie del hexágono y dividimos entre las cuatro viviendas que tenemos por planta:

$$374,4 \text{ m}^2 - 20 \text{ m}^2 = 354,4 \text{ m}^2$$

$$\frac{354,4 \text{ m}^2}{4 \text{ pisos}} = 88,6 \frac{\text{m}^2}{\text{piso}}$$

$$\text{Volumen}_{\text{piso de 2,5 m de alto}} = 88,6 \frac{\text{m}^2}{\text{piso}} \cdot 2,5 \text{ m} = 221,5 \frac{\text{m}^3}{\text{piso}}$$

$$\text{Volumen}_{\text{piso de 3,5 m de alto}} = 88,6 \frac{\text{m}^2}{\text{piso}} \cdot 3,5 \text{ m} = 310,1 \frac{\text{m}^3}{\text{piso}}$$

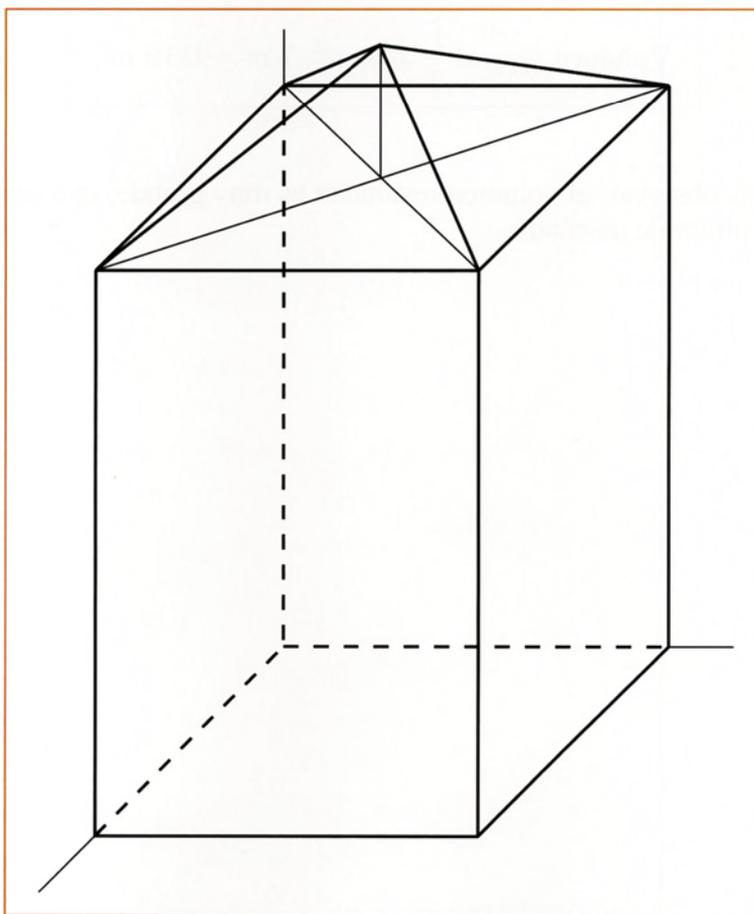
Como puedes ver, 1 metro más de altura significa aumentar considerablemente el volumen de la vivienda.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 8

Dibujo del tejado

Para dibujar el tejado en forma de pirámide seguimos los siguientes pasos:

1. Unimos con líneas los vértices opuestos de la base superior del prisma. Esto se hace para hallar el centro de la base, que es el punto encima del cual tiene que estar situado el vértice de la pirámide.
2. Desde el centro de la base trazamos una línea vertical.
3. Desde el extremo superior de la línea vertical trazamos líneas hasta los vértices de la base del prisma.
4. Para acabar, borramos las líneas auxiliares, obteniendo el dibujo final del edificio.



SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 9

Volumen entre el tejado y la última planta

Para hallar el volumen de una pirámide se utiliza la siguiente expresión:

$$\text{Volumen}_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$

Teniendo en cuenta, según nuestro enunciado, que la base de la pirámide es un cuadrado de 20 metros de lado y la altura son 7 metros, el cálculo del volumen se realiza de la siguiente forma:

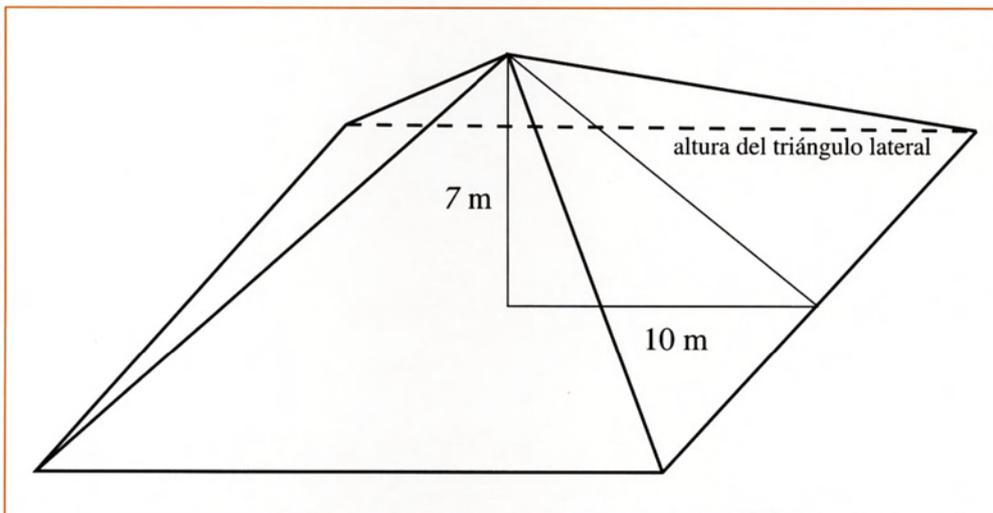
$$\text{Volumen}_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot (20 \text{ m})^2 \cdot 7 \text{ m} = 933,3 \text{ m}^3$$

Como podrás observar, el volumen resultante es muy grande, que corresponde con la gran altura de la pirámide diseñada.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 10

Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Se trata de calcular el área lateral de una pirámide y después multiplicar este resultado por el precio del metro cuadrado de material para recubrir el tejado. Esta superficie está compuesta de cuatro triángulos:



El problema se resuelve hallando la superficie de uno de los triángulos y multiplicando este resultado por 4. Para hallar la superficie de un triángulo lateral, primero hallaremos su altura. Observamos que esta altura es la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que uno de los catetos es la altura de la pirámide, y el otro es una línea que une el centro de la base de la pirámide con el centro del lado lateral derecho de la base. Para hallar la altura del triángulo aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$(\text{Altura del triángulo lateral})^2 = (10 \text{ m})^2 + (7 \text{ m})^2$$

$$(\text{Altura del triángulo lateral})^2 = 100 \text{ m}^2 + 49 \text{ m}^2$$

$$(\text{Altura del triángulo lateral})^2 = 149 \text{ m}^2$$

$$\text{Altura del triángulo lateral} = +\sqrt{149 \text{ m}^2}$$

$$\text{Altura del triángulo lateral} = 12,2 \text{ m aprox.}$$

De esta forma, la superficie del triángulo lateral es:

$$\text{Área del triángulo} = \frac{12,2 \text{ m} \cdot 20 \text{ m}}{2} = 122 \text{ m}^2$$

Teniendo en cuenta que el precio por metro cuadrado de recubrimiento es 12 euros, el precio del material para recubrir el tejado es:

$$\text{Precio} = 4 \cdot 122 \text{ m}^2 \cdot 12 \frac{\text{euros}}{\text{m}^2} = 5856 \text{ euros}$$

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 11

Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

Para obtener el dibujo del prisma oblicuo, seguimos los siguientes pasos:

1. Dibujamos los ejes de coordenadas correspondientes a un dibujo en perspectiva caballera.
2. Dibujamos un cuadrado en perspectiva correspondiente a la base. Como la escala es 1:800, la longitud del lado en el eje horizontal es:

$$20 \text{ m reales} = 20 \text{ m reales} \cdot \frac{1 \text{ m en papel}}{800 \text{ m reales}} = 0,025 \text{ m en papel} = 2,5 \text{ cm en papel}$$

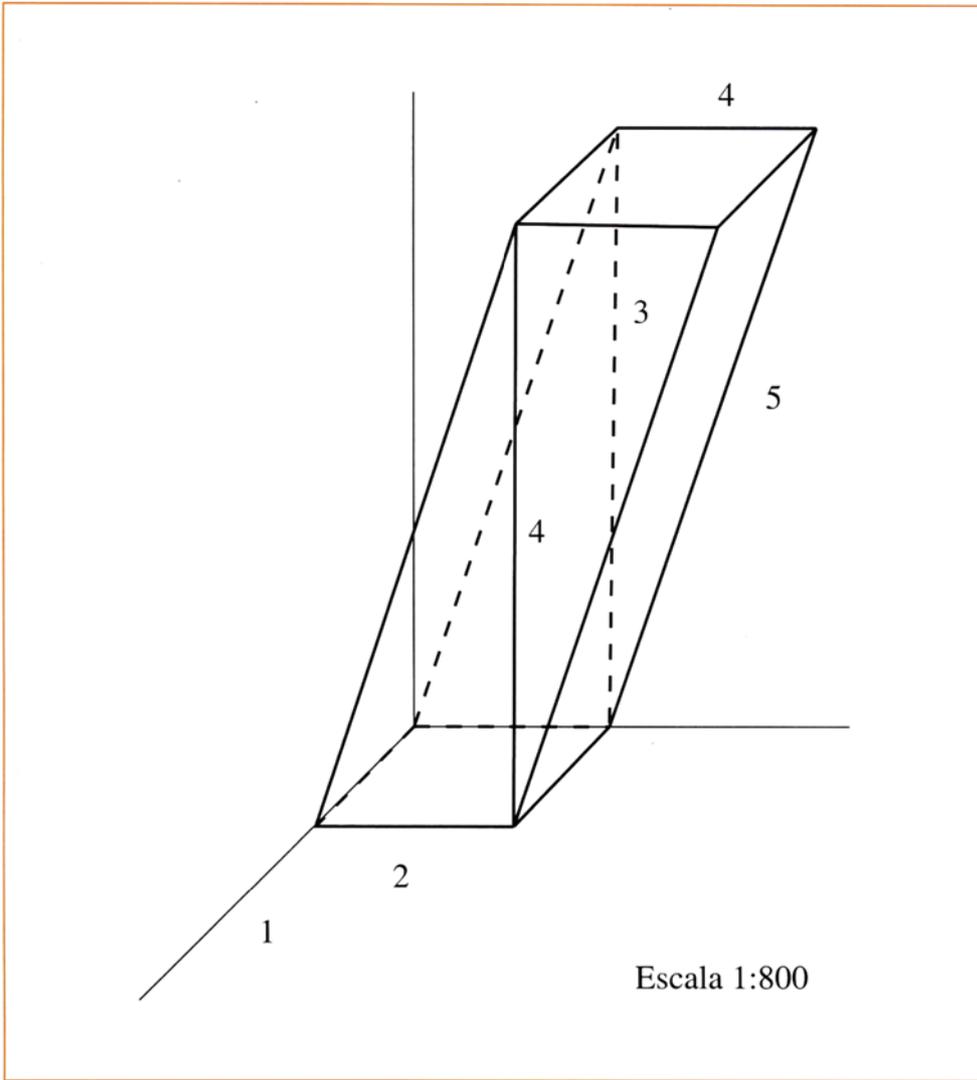
En el eje oblicuo hay que considerar 2,5 unidades. En el dibujo que aparece en la siguiente página, cada unidad en el eje oblicuo, al reducir la escala, se ha considerado de 0,7 cm. Para saber la longitud que hemos de considerar en el eje oblicuo hacemos:

$$2,5 \text{ unidades} \times 0,7 \text{ cm/unidad} = 1,75 \text{ cm}$$

siendo ésta la longitud que aparece marcada en el citado eje oblicuo.

3. Desde el lado lateral derecho trazamos dos verticales de 7,5 cm, que es lo que corresponde a 60 m en escala 1:800.
4. Para dibujar la base superior, desde los extremos de estas dos líneas verticales se reproduce el cuadrado en perspectiva que constituye la base inferior.
5. Unimos los correspondientes vértices de la base inferior con los vértices de la base superior.

En la siguiente página tienes el dibujo realizado a escala. Observa que las líneas que no se verían en un cuerpo sólido se han trazado en línea discontinua.



SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 12

El arte y las matemáticas

Respuesta a la primera cuestión

Los nombres de los cuerpos geométricos son:

- a) Tetraedro. Tiene cuatro caras triangulares iguales.
- b) Cubo o hexaedro. Tiene seis caras iguales y es como un dado.
- c) Octaedro. Es una figura con ocho caras triangulares iguales. A semeja a dos pirámides de Egipto unidas por las bases.
- d) Dodecaedro. Son 12 caras pentagonales iguales.
- e) Icosaedro. Son 20 caras triangulares iguales.



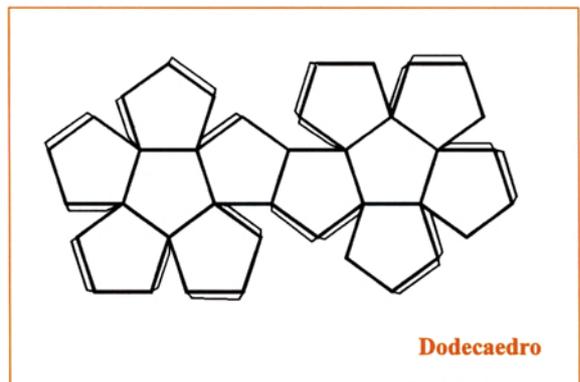
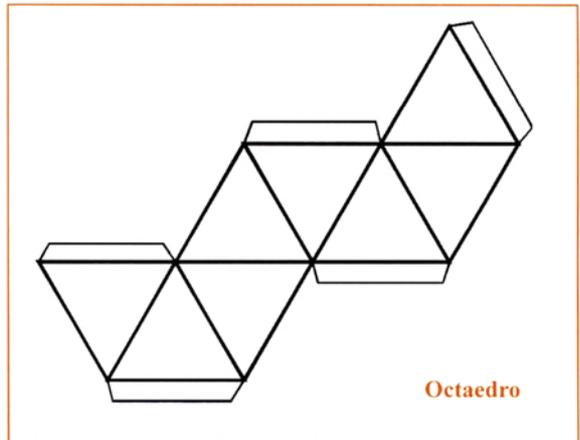
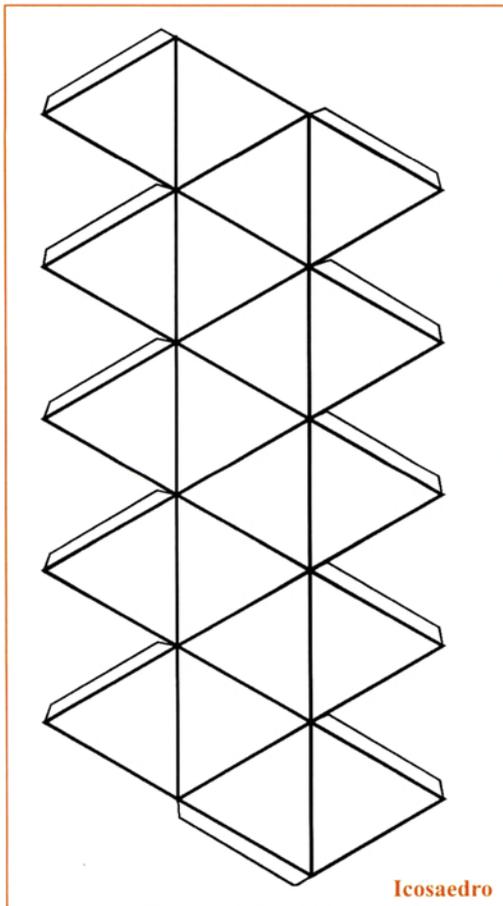
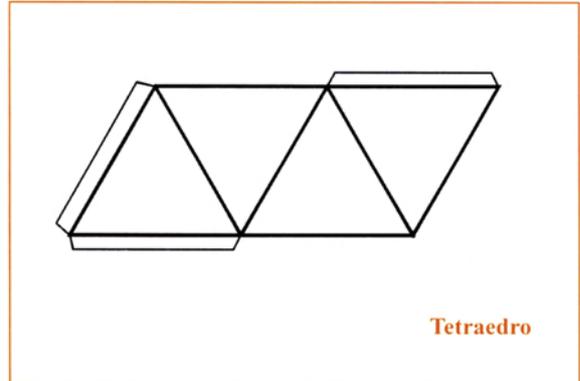
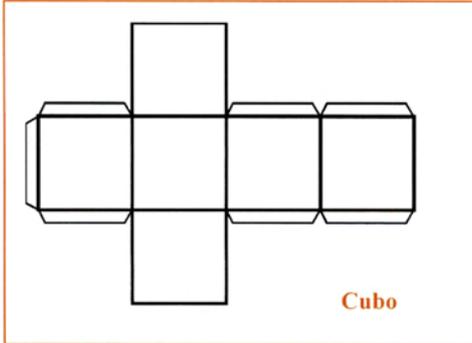
De izquierda a derecha: icosaedro, octaedro, dodecaedro, cubo y tetraedro.

Respuesta a la segunda cuestión

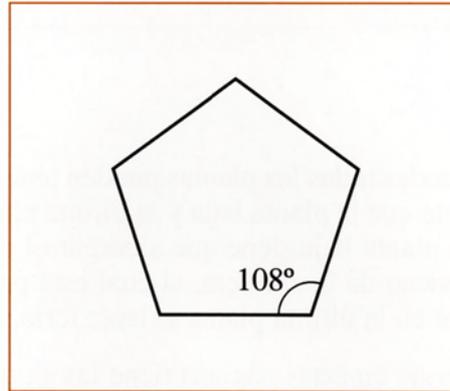
Estas figuras se llaman poliedros regulares porque son poliedros en los que todas las caras son iguales y los polígonos regulares. Platón, famoso filósofo del s.V a.C., ya los menciona en algunos de sus diálogos.

Respuesta a la tercera cuestión

Es posible construir estas figuras en cartulina, dibujando lo que constituye el desarrollo plano de las mismas y haciendo los correspondientes dobleces. Veamos los desarrollos planos de las cinco figuras.



Observa que en todos los dibujos se han colocado unas solapas. Estas solapas son para que puedas unir unas piezas con otras y fabricar la figura en tres dimensiones. Observa también que las caras son triángulos, cuadrados y pentágonos. Para dibujar los pentágonos, que son un poco más difíciles de dibujar, puedes partir de un lado y dibujar los demás con un ángulo de 108° , tal y como se muestra en la figura.



Respuesta a la cuarta cuestión

Si cuentas aristas, vértices y caras, puedes llegar a la relación:

$$C + V = A + 2$$

donde:

C : es el número de caras

V : es el número de vértices

A : es el número de aristas

La expresión del párrafo anterior se conoce como teorema de Euler y se aplica a los poliedros convexos, que son aquéllos en los que se puede unir dos puntos cualquiera del poliedro mediante una línea recta, sin salir fuera del espacio que delimita el poliedro.

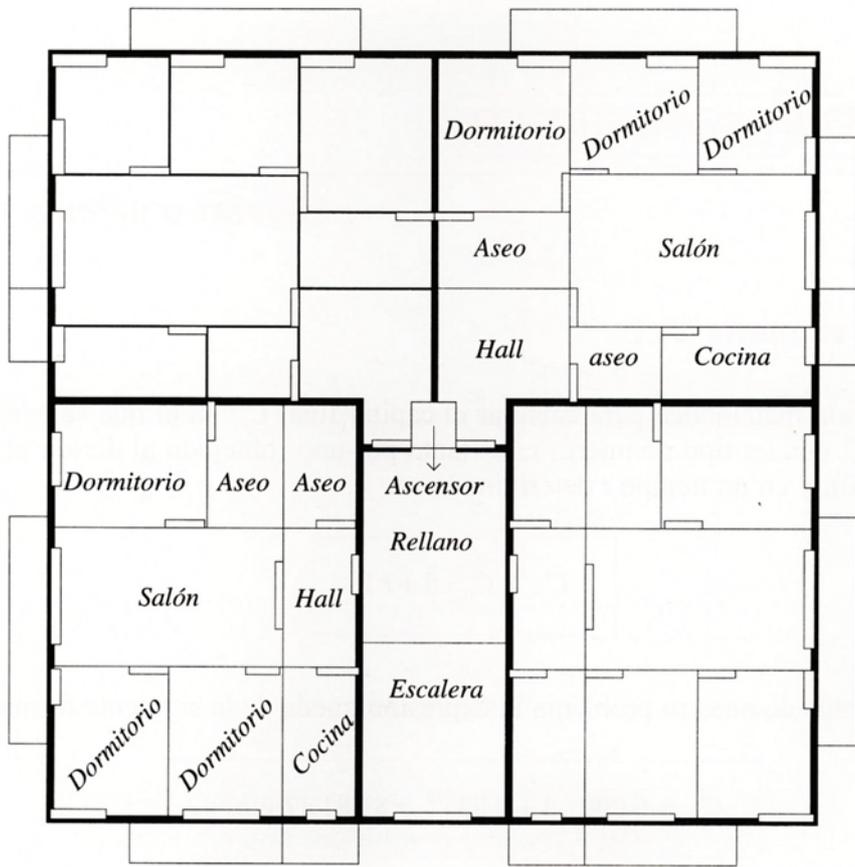
Dibujo del piso ideal

En un bloque de viviendas todas las plantas pueden tener la misma distribución. Sin embargo, es frecuente que la planta baja y la última planta tengan una distribución diferente. La causa es que la planta baja tiene que albergar el portal que suele ocupar más espacio que el destinado al hueco de la escalera, el cual está presente en todas las plantas; por otra parte, es habitual que en la última planta existan terrazas.

La solución que se propone en estas páginas tiene las siguientes características:

- Se ofrece una solución que no corresponde a los pisos áticos. Pero para obtener el plano de uno de estos pisos, sólo tendrías que “comerte” parte del espacio dedicado a las dependencias y convertirlo en terraza. Cuando se construye un ático, la fachada de este piso que da a la calle retrocede 3 metros.
- Se ha dibujado la solución con balcones-terraza en forma de voladizo.
- La superficie de todos los pisos es prácticamente la misma, aunque no es igual. Igualmente, el aspecto de las diferentes fachadas no es el mismo.
- Se ha dibujado un tipo de piso en el que el salón actúa de distribuidor. Esta solución para muchas personas no es la adecuada, pero sí lo es para otras.
- Desde la cocina se accede a una terracita que sirve de tendedero.
- Ten en cuenta que el número de soluciones a esta actividad es enorme, así pues, si has hecho el problema por tu cuenta y has obtenido una solución diferente a la que aquí se ofrece, no pienses que está mal, sencillamente es distinta.

El plano solución se muestra en la siguiente página.



Escala 1:200

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 14

¿Ahorrar o pedir prestado?

Solución del supuesto 14.1

La expresión matemática para calcular el capital final C_f , en el que se convertirá un capital inicial C_0 con un tipo de interés r , en tanto por uno (obtenido al dividir el tanto por ciento entre 100), y en un tiempo t determinado es:

$$C_f = C_0 \cdot (1 + r)^t$$

Con los datos de nuestro problema la expresión queda de la siguiente forma:

$$C_f = 6.000 \cdot (1 + 0,04)^{10} = 8.881,47 \text{ euros}$$

Ten en cuenta que en estos cálculos no se han tenido en cuenta ni la inflación ni los impuestos. Para hacer un cálculo completo tendrías que considerar el dinero recibido después de impuestos y posteriormente restar el Índice de Precios al Consumo del interés resultante después de impuestos.

Solución del supuesto 14.2

Este problema se resuelve aplicando la expresión de las anualidades. Una anualidad es una cantidad que periódicamente se va añadiendo al capital principal y que rinde intereses. También se supone que los intereses se van reinvertiendo año tras año. No es nuestro caso, pero la expresión de la anualidad se puede utilizar para períodos más cortos que el año. La expresión, que se obtiene aplicando los resultados de la teoría matemática de las progresiones geométricas, y que sirve para calcular el capital final obtenido mediante esta modalidad de ahorro, es la siguiente:

$$C_f = a \cdot \frac{(1 + r)^{t+1} - (1 + r)}{r}$$

La variable a es la cantidad que año tras año, o en el período que se establezca, vamos añadiendo al capital invertido. Poniendo los datos de nuestro problema en la expresión tenemos:

$$C_f = 6.000 \cdot \frac{(1 + 0,04)^{10+1} - (1 + 0,04)}{0,04} = 74.918,11 \text{ euros}$$



Detalle de la fachada del Banco de España en la plaza de Cibeles en Madrid.

Solución del supuesto 14.3

Poniendo los datos que nos dan en el problema, en la expresión de la anualidad, obtenemos:

$$60.000 = 6.000 \cdot \frac{(1 + 0,05)^{t+1} - (1 + 0,05)}{0,05}$$

La ecuación anterior tiene una sola incógnita, aunque es una ecuación un poco especial porque la incógnita está en un exponente. Despejemos la potencia en la que está la incógnita todo lo que se pueda:

$$\begin{aligned} \frac{60.000 \cdot 0,05}{6.000} &= 1,05^{t+1} - 1,05 \\ 0,5 + 1,05 &= 1,05^{t+1} \\ 1,55 &= 1,05^{t+1} \end{aligned}$$

Cuando la incógnita está en el exponente hay que utilizar logaritmos para resolver la ecuación. Veamos lo que es un logaritmo:

- La expresión $\log_a b$ se lee logaritmo en base a del número b , por ejemplo $\log_2 8$ se lee logaritmo en base 2 de 8.
- ¿Cuánto vale el $\log_2 8$? Para calcular este logaritmo tienes que encontrar un número tal que el 2 elevado a ese número, rinda 8. Intenta contestar: ¿cuánto vale $\log_2 8$? Evidentemente el logaritmo planteado vale 3, es decir, $\log_2 8 = 3$, ya que $2^3 = 8$.

Para fijar la idea, intenta resolver los siguientes logaritmos:

a) $\log_{10} 100 =$ b) $\log_3 9 =$ c) $\log_2 16 =$ d) $\log_{10} 1000 =$

Las soluciones son las siguientes:

a) 2 b) 2 c) 4 d) 3

Estos logaritmos que has resuelto son sencillos. En otros casos se necesita utilizar una calculadora o, como se hacía antiguamente, unas tablas de logaritmos. Si utilizas la calculadora para resolver un logaritmo, considera que las calculadoras vienen preparadas para resolver logaritmos en base 10 y en base e (el número e es un número irracional, es decir, con infinitas cifras decimales no periódicas, y su expresión con dos cifras decimales es 2,71...).

Los logaritmos tienen una propiedad que a nosotros nos va ser muy útil y es la siguiente:

$$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

Por ejemplo:

$$\log_{10} 10^2 = 2 \cdot \log_{10} 10$$

Comprobemos que esta expresión es verdadera:

$$\begin{aligned} \log_{10} 100 &= 2 \cdot 1 \\ 2 &= 2 \cdot 1 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

En la ecuación que estamos resolviendo, tomaremos logaritmos en ambos miembros de la ecuación. Es posible hacerlo por la siguiente razón: si dos expresiones son iguales, como lo son los dos miembros de la igualdad para alguno o algunos valores de t , que es la incógnita, entonces los logaritmos de esas expresiones también son iguales. Considerando esta idea tenemos que:

$$1,55 = 1,05^{t+1}$$

$$\log_{10} 1,55 = \log_{10} 1,05^{t+1}$$

$$\log_{10} 1,55 = (t+1) \cdot \log_{10} 1,05$$

$$\frac{\log_{10} 1,55}{\log_{10} 1,05} = t+1$$

$$\frac{\log_{10} 1,55}{\log_{10} 1,05} - 1 = t$$

Para resolver los logaritmos que tenemos en el primer miembro de la ecuación, utilizamos la calculadora y obtenemos 7,98 períodos de un año, es decir, prácticamente 8 años.

Solución del supuesto 14.4

A través de la teoría de las progresiones geométricas surge la fórmula para la amortización de un crédito:

$$D = a \cdot \frac{(1+r)^t - 1}{r \cdot (1+r)^t}$$

donde:

D : es la deuda que se contrae.

a : es el importe de la letra.

r : es el interés que cobra la entidad financiera.

t : es el tiempo que el préstamo estará vivo.

Para utilizar la expresión hay que tener en cuenta algunas consideraciones que básicamente se derivan del hecho de querer calcular lo que tenemos que pagar al mes. Por tanto, t deberá introducirse en la fórmula en meses, en nuestro caso, dado que en el enunciado tenemos 10 años, debemos introducir en la fórmula 120 meses. Igualmente el interés que hemos de introducir en la fórmula es un interés mensual, que los bancos suelen calcular dividiendo el interés anual entre 12.

Colocando todos los datos que tenemos en la expresión antes citada, obtenemos una ecuación de primer grado en la que la incógnita es la mensualidad que hay que pagar por el préstamo con las condiciones especificadas en el enunciado. La ecuación de primer grado es la siguiente:

$$60\,000 = a \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{120} - 1}{\frac{0,05}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{120}}$$

$$60\,000 \cdot \frac{\frac{0,05}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{120}}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{120} - 1} = a$$

En el recuadro anterior se ha despejado a , que es la mensualidad. Haciendo los cálculos necesarios tenemos que:

$$a = 636,39 \text{ euros}$$

Para calcular el montante del préstamo, multiplicamos el anterior resultado por 120, que es el número de meses que hay que pagar esa cantidad:

$$636,39 \frac{\text{euros}}{\text{mes}} \cdot 120 \text{ meses} = 76\,366,8 \text{ euros}$$

Solución del supuesto 14.5

Cuando se contrae un préstamo con interés variable, las entidades financieras suelen entregar una tabla en la que aparece diversa información. En la página siguiente se presenta una tabla similar. En esta tabla se muestra el número de mensualidad, la cantidad del capital principal que se amortiza en esa mensualidad, el capital pendiente de amortizar y el capital amortizado hasta la fecha.

Para calcular lo que hay que pagar en una mensualidad dada, tenemos que seguir las siguientes instrucciones:

- Se considera el capital que se va amortizar en esa mensualidad.
- Se calcula el tanto por ciento de interés sobre el capital pendiente de amortizar y esa cantidad se divide entre 12.
- Se suman los resultados obtenidos en los apartados a) y b).

Veamos cómo se calcula la mensualidad según los datos del problema que estamos considerando.

Observa la siguiente tabla, que es la que tu banco te podría que dar formando parte del contrato:

Mensualidad	Capital amortizado en la mensualidad	Capital pendiente de amortizar	Capital amortizado acumulado
1	159	59841	159
2	160	59682	318
3	161	59521	479
4	162	59359	641
5	163	59195	805
6	165	59031	969
7	166	58865	1135
8	167	58698	1302
9	168	58529	1471
10	170	58360	1640
11	171	58189	1811
...
101	335	36175	23825
102	337	35838	24162
103	340	35498	24502
104	342	35156	24844
105	345	34811	25189
106	347	34464	25536
107	350	34114	25886
108	353	33761	26239
109	355	33406	26594
110	358	33048	26952
111	361	32687	27313
...
170	561	5842	54158
171	565	5277	54723
172	569	4708	55292
173	573	4135	55865
174	578	3557	56443
175	582	2976	57024
176	586	2389	57611
177	591	1799	58201
178	595	1204	58796
179	600	604	59396
180	604	0	60000

El problema nos dice que en la mensualidad 104, cambia el interés. Para calcular el importe de la letra nº 104 y de las posteriores hacemos los siguientes cálculos:

$$\text{Mensualidad}_{104} = 342 + \frac{35.156 \cdot 8}{100 \cdot 12}$$

El numerador del segundo término ($35.156 \cdot 8/100$) es para calcular el 8% de 35.156.

El resultado de esta cuenta es **576,37** euros, que es el importe de la mensualidad nº 104. Para calcular el importe de las siguientes mensualidades, algunas entidades mantienen los intereses calculados, en primera instancia, durante un año; otras van aplicando el tanto por ciento de interés sobre el capital que queda por amortizar. Los detalles concretos hay que obtenerlos de las condiciones específicas del contrato.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 15

De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros

Para dibujar la parábola, primero obtendremos una función polinómica cuya representación gráfica tenga las características que se dan en el enunciado. Después, para acabar la actividad, representaremos la función. Si la función se representa en unos ejes de coordenadas el espacio que destinemos a cada unidad equivaldrá a 1 m en la realidad.

El eje de la parábola lo podemos situar donde queramos, por ejemplo podemos hacer que pase por $x = 4$. Si situamos en esta posición el eje, los demás puntos están determinados, es decir, podemos situar el vértice 3 cm por encima y los extremos inferiores a 2 cm a cada lado del eje.

¿Cómo encontrar la expresión funcional de una parábola que pase por los puntos que se han marcado en la figura?

Primero encontraremos la expresión de una función que pase por los puntos de coordenadas $(2,0)$ y $(6,0)$. Los valores 2 y 6 son los puntos de corte de la parábola con el eje de abscisas, es decir, estos puntos son la solución de la ecuación de 2º grado que se obtiene de la función. Podemos escribir que la función que buscamos tiene la forma:

$$y(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x - 6)$$

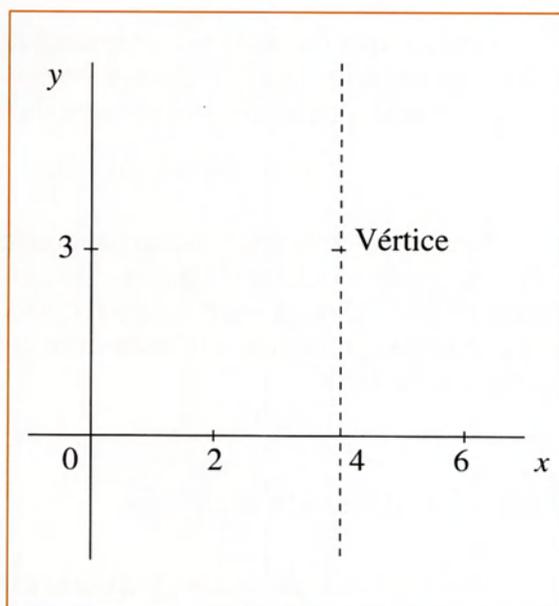
El valor a en principio es un valor desconocido. Si desarrollamos la expresión tenemos:

$$y(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x - 6)$$

$$y(x) = a \cdot (x^2 - 6x - 2x + 12)$$

$$y(x) = a \cdot (x^2 - 8x + 12)$$

$$y(x) = a \cdot x^2 - a \cdot 8x + a \cdot 12$$

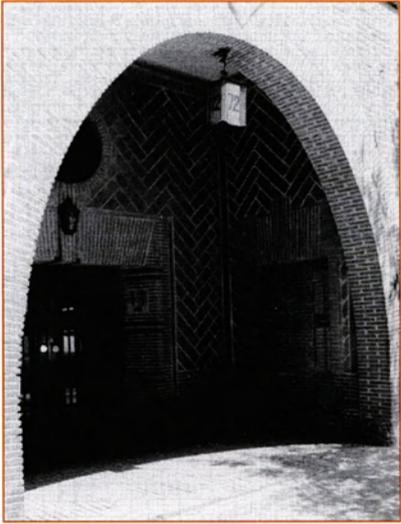


Para hallar el valor de a debemos pensar que el valor de la función para $x = 4$ (que es donde está el eje de la parábola) debe ser 3, puesto que en el enunciado del problema dice que la altura de la puerta ha de ser de tres metros. Así pues, tenemos que $y(4) = 3$. A partir de estas consideraciones podemos plantear la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 a \cdot 4^2 - a \cdot 8 \cdot 4 + a \cdot 12 &= 3 \\
 16a - 32a + 12a &= 3 \\
 -4a &= 3 \\
 a &= \frac{-3}{4}
 \end{aligned}$$

De este resultado obtenido para el valor de a , podemos escribir la expresión de la función que buscamos:

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \frac{-3}{4}x^2 - \frac{-3}{4} \cdot 8x + \frac{-3}{4} \cdot 12 \\
 y(x) &= \frac{-3}{4}x^2 + 6x - 9
 \end{aligned}$$



Arco parabólico de uno de los portales de la Casa de las Flores en Madrid.

Una vez que ya tenemos la expresión de la función de cuya representación gráfica se puede obtener la figura que vamos buscando, pasamos a representar dicha función:

$$y(x) = -3/4 x^2 + 6x - 9.$$

Para representar una función polinómica de 2º grado, hay que seguir una serie de pasos. Aunque parte de esos pasos, en este caso, se podrían ahorrar, se van a expresar todos para comprobar que efectivamente la parábola es la que se quiere hallar.

Paso 1. Localización del eje

El eje está situado en $x = -b/2a$, que en nuestro caso es:

$$x_{\text{eje}} = \frac{-6}{2 \cdot \frac{-3}{4}} = \frac{-6}{\frac{-6}{4}} = -6 : \frac{-6}{4} = \frac{-6 \cdot 4}{-6} = 4$$

El valor 4 era el valor esperado.

Paso 2. Coordenadas del vértice

Las coordenadas del vértice que debemos obtener son (4,3), puesto que la función se ha obtenido con esa condición. A continuación tienes la comprobación:

$$y(4) = \frac{-3}{4} \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 - 9 = -12 + 24 - 9 = 3$$

Recuerda que la coordenada y del vértice de la parábola se obtiene calculando el valor de la función para el valor de x en el que está situado el eje.

Paso 3. Punto de corte de la gráfica con el eje de ordenadas

La coordenada x de este punto siempre es 0. Para calcular la coordenada y calculamos $y(0)$:

$$y(0) = \frac{-3}{4} \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 - 9 = -9$$

Por tanto, las coordenadas de este punto son: (0,-9)

Paso 4. Coordenadas de los puntos de corte de la gráfica con el eje de abscisas

Estos puntos ya los tenemos y son (2,0) y (6,0). Estos puntos son los que son porque la función se ha “fabricado” con la condición de que estos sean los puntos de corte. Hacemos los cálculos para comprobar que la función obtenida es correcta.

Para calcular los puntos de corte con el eje de abscisas se iguala la expresión algebraica de la función a cero y se resuelve la ecuación⁸ que resulta:

⁸ La primera persona, de la que se tiene noticia, que resolvió la ecuación de segundo grado fue el árabe Al-Khowarizmi en la Edad Media. Algunos autores modernos consideran a este matemático como el “padre del álgebra”. Hay que tener en cuenta, que durante gran parte de la Edad Media la cultura árabe, extendida por gran parte de Mediterráneo, Oriente Medio y Oriente Próximo, fue la cultura que más logros científicos y culturales produjo. Son muchos los matemáticos, filósofos, astrónomos... procedentes de esta época y este ámbito cultural.

$$\frac{-3}{4}x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot \frac{-3}{4} \cdot (-9)}}{2 \cdot \frac{-3}{4}} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 27}}{\frac{-3}{2}} = \frac{-6 \pm \sqrt{9}}{\frac{-3}{2}} = \frac{-6 \pm 3}{\frac{-3}{2}}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 3}{\frac{-3}{2}} = \frac{-3}{\frac{-3}{2}} = 2; \quad x_2 = \frac{-6 - 3}{\frac{-3}{2}} = \frac{-9}{\frac{-3}{2}} = 6$$

Como se puede comprobar se han obtenido los resultados esperados.

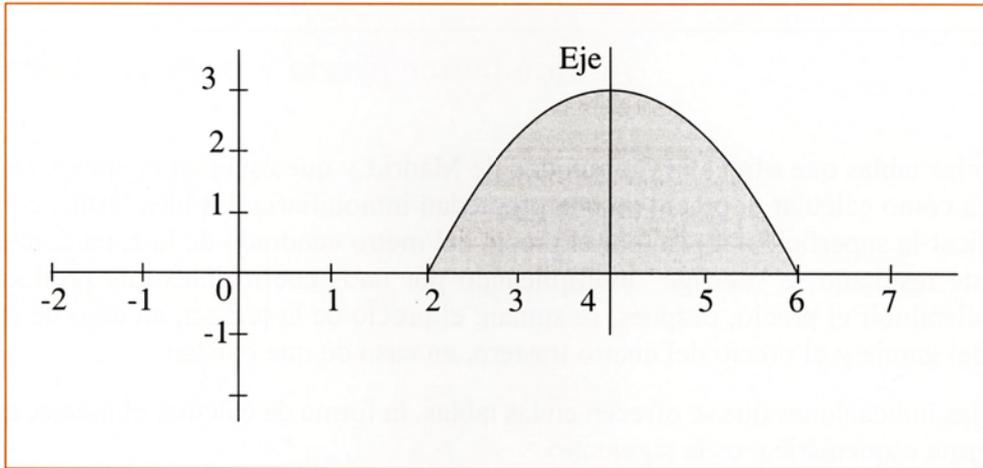
Paso 5. Tabla de valores

Para realizar la tabla de valores damos valores a x y obtenemos los correspondientes valores de y . Los valores que interesan más son los valores de x que están entre 2 y 6. A continuación tienes una pequeña tabla de valores:

x	y
2,0	0,00
2,4	1,08
2,8	1,92
3,2	2,52
3,6	2,88
4,0	3,00
4,4	2,88
4,8	2,52
5,2	1,92
5,6	1,08
6,0	0,00

Si ponemos en unos ejes de coordenadas todos los elementos que hemos ido hallando, podemos dibujar la parábola fácilmente. En la siguiente figura tienes un

dibujo. Se ha pintado la zona delimitada por el eje de abscisas y la curva para realzar más la forma de la parábola. Observa que el dibujo no está completo. Para presentar el dibujo tendrías que borrar los ejes y los otros elementos auxiliares y dejar sólo la forma de la parábola.



SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 16

¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

En las tablas que ofrece la Comunidad de Madrid y que están en el anexo, se indica cómo calcular el precio de una propiedad inmobiliaria. La idea básica consiste en multiplicar la superficie del piso por el precio del metro cuadrado de la zona donde esté el piso; este resultado se “corrige” multiplicando por unos coeficientes que producen el efecto de disminuir el precio; después, se suman: el precio de la terraza, en caso de áticos, el precio del garaje y el precio del cuarto trastero, en caso de que existan.

Con las indicaciones que se ofrecen en las tablas, la forma de calcular el precio, expresada de forma esquemática, es la siguiente:

Precio total = Valor del metro cuadrado en la zona considerada (V.B.Z. en la primera tabla del anexo) \times corrector de tipo de propiedad (tabla 2 del anexo) \times corrector de antigüedad (tabla 3 del anexo) \times corrector por ubicación (tabla 4 del anexo) \times número de m² del piso.

+

Valor del metro cuadrado en la zona considerada (V.B.Z. en la primera tabla del anexo) \times corrector de tipo de propiedad (tabla 2 del anexo) \times corrector de antigüedad (tabla 3 del anexo) \times número de m² de la terraza (máximo 30 m²).

+

Precio del garaje corregido por la antigüedad

+

Precio del trastero corregido por la antigüedad

La fórmula, que asusta un poco a primera vista, es muy fácil de utilizar. En nuestro caso, la expresión queda de la siguiente forma:

$$\text{Precio total} = 280.000 \text{ ptas} / \text{m}^2 \times 1 \times 0,88 \times 1 \times 90 \text{ m}^2 + 280.000 \text{ ptas} / \text{m}^2 \times 0,6 \times 0,88 \times 8 \text{ m}^2 = \mathbf{23.358.720 \text{ ptas.}}$$

Utilizando euros se obtiene un resultado que difiere en algunos céntimos. La causa es el error que se comete al considerar sólo dos decimales. La solución de esta actividad, en euros, es:

$$\begin{aligned} \text{Precio total} &= 1.682,83 \text{ euros / m}^2 \times 1 \times 0,88 \times 1 \times 90 \text{ m}^2 + \\ &1.682,83 \text{ euros / m}^2 \times 0,6 \times 0,88 \times 8 \text{ m}^2 = \mathbf{140.388,41 \text{ euros}} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 17

Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular precios de un piso

Aunque no es estrictamente necesario, este problema lo podemos resolver planteando un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Llamemos x al precio del metro cuadrado de piso; llamaremos y al precio del metro cuadrado de terraza. Con estos datos podemos plantear el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned}142.000 &= 90 \cdot x \cdot 0,98 + 12 \cdot y \cdot 0,98 \\ y &= 0,6 \cdot x\end{aligned}$$

La primera ecuación sencillamente expresa que el precio total es el precio del piso, más el precio de la terraza. La segunda ecuación surge de la forma en la que hay que calcular el precio de las terrazas, que es multiplicando el valor del metro cuadrado de la zona en la que estamos por 0,6.

Resolviendo el sistema de ecuaciones antes planteado, tenemos que:

$$\left. \begin{aligned}142.000 &= 90 \cdot x \cdot 0,98 + 12 \cdot y \cdot 0,98 \\ y &= 0,6 \cdot x\end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned}142.000 &= 88,2 \cdot x + 11,76 \cdot y \\ y &= 0,6 \cdot x\end{aligned} \right\}$$

Sustituyendo

$$\left. \begin{aligned}142.000 &= 88,2 \cdot x + 11,76 \cdot 0,6 \cdot x \\ 142.000 &= 95.256 \cdot x\end{aligned} \right\} \frac{142.000}{95.256} = x \left. \right\} x = 1.490,72 \text{ euros}$$

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 18

Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

a) Cálculo del transporte en el supuesto de disponer de automóvil privado

Después de hacer las medias según se indica en el enunciado, obtenemos la siguiente tabla:

Precio medio anual del coche (se estima duración de 10 años)	Coste medio anual de la gasolina para 5.000 Km/año	Coste medio anual de las multas	Coste medio anual del seguro	Coste medio anual del taller	TOTAL
1.111,50 €	249,62 €	42,50 €	639,23 €	44,27 €	2.087,12 €

b) Cálculo del coste del transporte usando una estrategia basada en el transporte público

Teniendo en cuenta las condiciones que se expresan en el enunciado el coste es el siguiente:

$$30 \text{ euros/mes} \cdot 12 \text{ meses (abono transporte)} + 300 \text{ euros (taxis)} + 35 \text{ días de alquiler de coche} \cdot 18 \text{ euros/día} = 1.290 \text{ euros}$$

La diferencia entre ambos costes es:

$$2.087,12 \text{ euros} - 1.290 \text{ euros} = 797,12 \text{ euros}$$

Este resultado, obtenido a partir de datos concretos, muestra que el transporte público (incluyendo el uso esporádico de taxis y coches de alquiler) es más barato que la posesión y utilización de un automóvil privado.

Debes tener en cuenta que el cálculo realizado es estrictamente monetario. Sin embargo, algunos economistas señalan que para calcular el coste de un bien o una actividad se deben tener en cuenta todos los aspectos relacionados con el bien. En el capítulo de gastos del automóvil privado no se han considerado una serie de costes (en el transporte público también habría que considerarlos pero son mucho menores, tanto de forma absoluta como porcentual, que los asociados al uso del automóvil privado). Esos costes son básicamente los siguientes:

- Costes de naturaleza ambiental: gases con efecto invernadero, ruidos, residuos de difícil reciclaje generados durante la vida útil del automóvil y después, etc.
- Costes sociales como la ocupación masiva del espacio de las ciudades con la consiguiente reducción del espacio urbano dedicado a niños, ancianos, etc. Otro coste “oculto” social es la cantidad de horas que las personas dedican a ver publicidad de coches. Si hiciéramos cuentas probablemente obtendríamos que cada español pasa a lo largo de su vida dos meses de 30 días, con 24 horas cada día, viendo anuncios de coches en televisión. Otro coste social consiste en la cantidad de horas perdidas en los atascos que muchos usuarios del automóvil privado pierden de forma cotidiana y regular.
- Costes en vidas humanas y en lesiones por accidentes de tráfico. En la página web de la Dirección General de Tráfico tienes acceso a las estadísticas de accidentes. Las cifras están en torno los 3.000 muertos y 40.000 heridos al año, siendo muchas víctimas ciclistas y peatones. La dirección de la página web de la Dirección General de Tráfico, la cual se recomienda visitar por la gran información que ofrece sobre las cifras y circunstancias de los accidentes de tráfico, es la siguiente:

www.dgt.es

En el capítulo de daños sanitarios no hay que olvidar que probablemente muchos de los problemas respiratorios de la personas que viven en las ciudades, tienen su causa en la gran cantidad de compuestos químicos contaminantes que genera el tráfico.

- Coste económico en creación de infraestructuras para el automóvil privado. El coste en estas infraestructuras es enorme. En economía existe lo que se llama el coste de oportunidad que hace referencia a aquello que se deja de hacer por hacer algo concreto. Es posible que haya infraestructuras que de alguna forma se estén descuidando por el empleo de fondos en la creación de autovías y autopistas.

Hay otros economistas que piensan que estos costes se ven compensados por las ventajas de comodidad, independencia y autonomía que ofrecen los automóviles privados. Por otra parte también hay que considerar la gran cantidad de puestos de trabajo que hoy día están asociados a la industria del automóvil (aunque haya quien argumenta que si desaparecieran las fábricas y los talleres de coches, aparecerían más fábricas y talleres de trenes, autobuses y bicicletas).

Como puedes comprobar el debate está servido...

En definitiva, es conveniente, a la hora de calcular el coste real de un objeto material, considerar todos los costes asociados. De esta forma se pueden comparar las ventajas y prestaciones con los costes, y así decidir con criterio sobre el uso del objeto en cuestión. No olvidemos que los costes de cualquier cosa tarde o temprano se acaban pagando.



Moverse en bicicleta es otra posibilidad, aunque debido al gran tráfico de automóviles y a la escasez de vías específicas para bicicletas hay que extremar las precauciones al usarla.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 19

El azar, los sorteos y Borges

En esta actividad hay varias cuestiones para resolver. Veamos una por una:

- Comprar 50.000 billetes de lotería tendría un coste de $50.000 \text{ billetes} \cdot 6 \text{ euros/billete} = 300.000 \text{ euros}$. Teniendo en cuenta que el premio es de 10.000 euros, se entiende fácilmente que no sale rentable comprar todos los números para cubrir todos los resultados posibles del sorteo.
- Podemos calcular la probabilidad por la ley de Laplace, cuya expresión es:

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Utilizando esta expresión tenemos que:

$$\text{Probabilidad} = \frac{2}{100.000} = 0,00002$$

Esto significa que de cada 100.000 sorteos se obtendría premio en dos de ellos. Aunque hay que tener cuidado con esta forma de hablar: es posible que después de 100.000 sorteos los dos premios no hayan aparecido o, por el contrario, puede que aparezcan cuatro, ocho o incluso más premios.

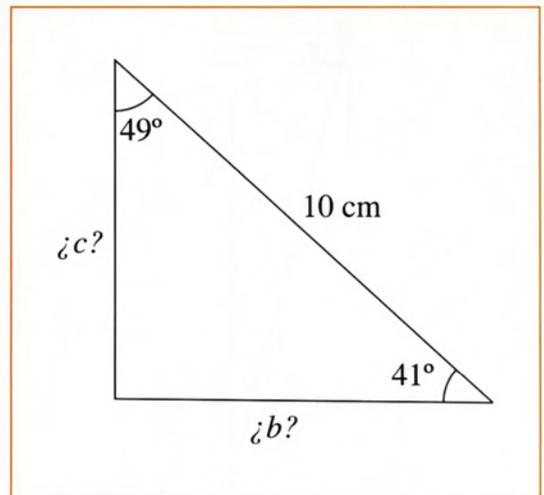
La respuesta, a la cuestión derivada del texto de Borges, la podemos obtener pensando que para el cálculo de probabilidades a través de la ley de Laplace, en el denominador aparece el número de casos posibles, y dadas las características de la biblioteca, este denominador es un número infinitamente grande. Recuerda que en una división cuanto mayor sea el divisor menor es el resultado, y como en la biblioteca imaginada por Borges hay infinitos libros, desde el punto de vista matemático, el resultado de la división, en el límite, es cero.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 20

Cómo hacer un reloj de sol

Para construir una maqueta de un reloj de sol vertical, en un material fácil de manejar como por ejemplo cartulina, debemos seguir una serie de pasos, que se enumeran a continuación. Parte de estos pasos están inspirados en las indicaciones para construir un reloj horizontal que da el grupo Azarquiel en su magnífico libro que aparece citado en la bibliografía.

1. Debes conseguir cartulina, lápiz, compás, escuadra o cartabón y una regla.
2. Debes dibujar un triángulo rectángulo cuyos ángulos no rectos midan la latitud y la colatitud de Madrid. La latitud de la ciudad de Madrid está en torno a 41° de latitud norte. La colatitud se obtiene restando de 90° la latitud. En nuestro caso la colatitud es 49° .



Supongamos que queremos que la hipotenusa del triángulo rectángulo tenga 10 cm. A partir de este dato nos podemos preguntar, ¿cuánto deben medir los catetos del rectángulo?

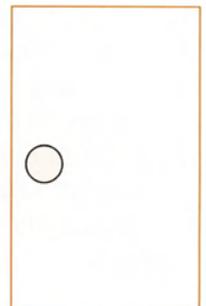
Se puede dibujar el triángulo rectángulo sin hallar la longitud de estos catetos pero nosotros utilizaremos la trigonometría, y según esta podemos escribir:

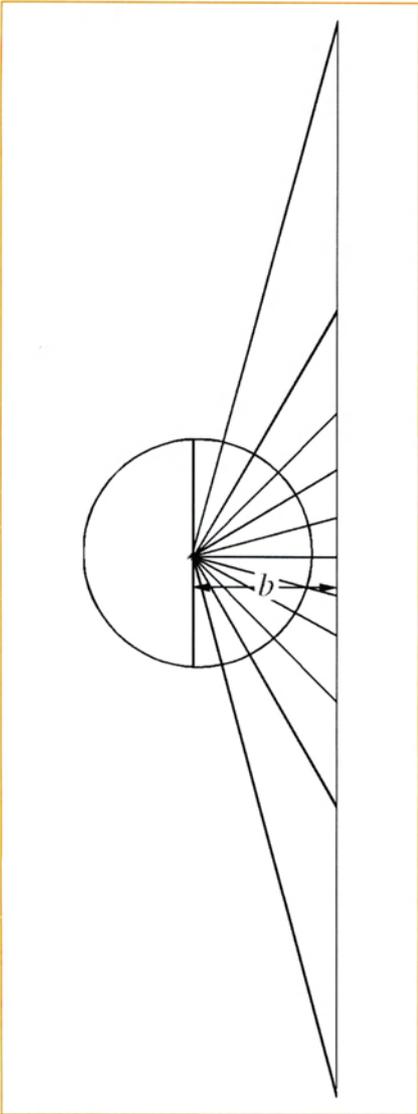
$$\text{sen } 41^\circ = \frac{c}{10 \text{ cm}} \quad \text{y} \quad \text{cos } 41^\circ = \frac{b}{10 \text{ cm}}$$

por tanto

$$c = 10 \text{ cm} \cdot \text{sen } 41^\circ \approx 6,6 \text{ cm} \quad \text{y} \quad b = 10 \text{ cm} \cdot \text{cos } 41^\circ \approx 7,5 \text{ cm}$$

3. Dibujamos una circunferencia con el radio que queramos, aunque podemos utilizar por ejemplo 6 cm de radio. Debemos dibujar la circunferencia centrada verticalmente en la cartulina y hacia la izquierda:



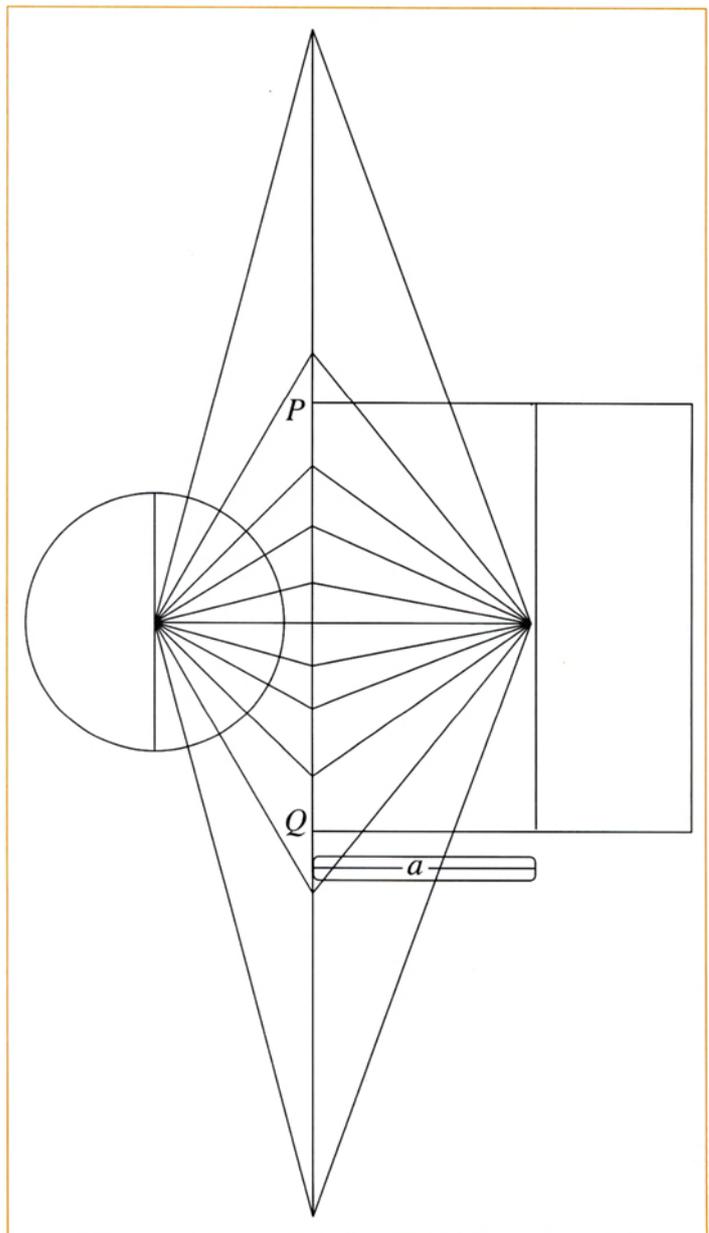


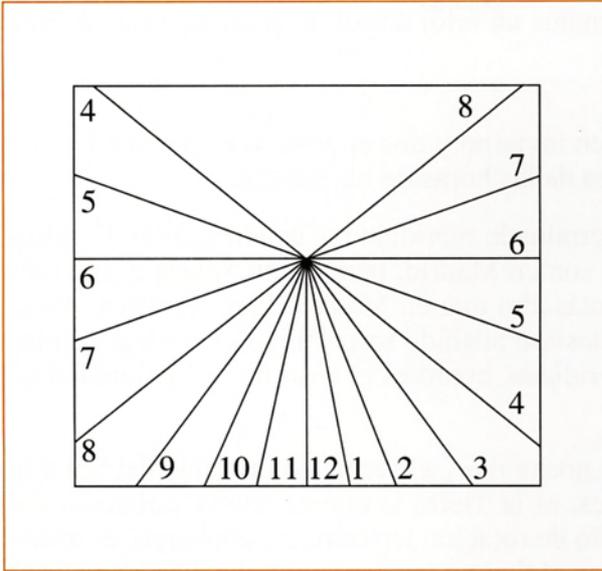
un rectángulo que más o menos puede tener el aspecto de la figura que tienes a la derecha. Los puntos P y Q son simétricos respecto a la línea horizontal y los puedes situar donde quieras; dependiendo de donde los sitúes el reloj tendrá un aspecto u otro. Sí es importante que la distancia desde la línea vertical grande hasta el centro del reloj coincida con la hipotenusa del triángulo dibujado en el paso 1, 10 cm, tal y como se señala en el dibujo. No hace falta que el reloj sea cuadrado.

4. Debes realizar un dibujo como el que aparece a tu izquierda. Se han dibujado radios en la circunferencia con un espacio angular de 15° .

Tal y como aparece en el dibujo, la línea vertical grande se tiene que dibujar a una distancia b , es decir, a 7,5 cm del centro de la circunferencia.

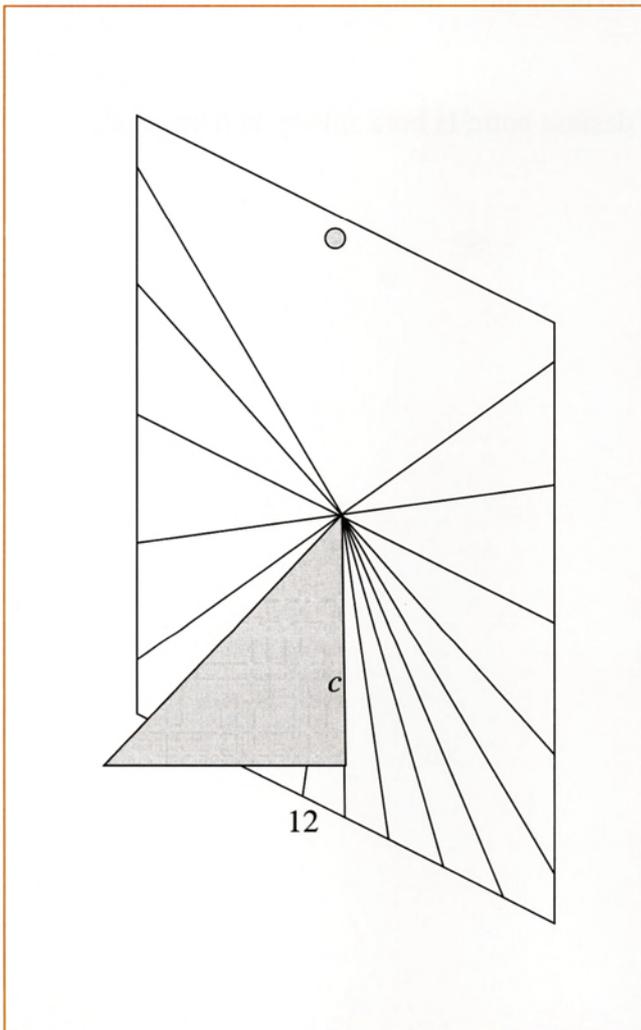
5. A partir del dibujo anterior se puede construir prácticamente el resto del reloj. Dibujaremos





6. Recorta el cuadrado, que es lo que se llama el *limbo* del reloj y escribe los números correspondientes a las horas.

Al poner los números nos queda una figura con el aspecto de la que tienes a la izquierda.



7. Queda recortar y colocar el triángulo que se dibujó en el paso 1. Recuerda que el reloj lo tienes que colocar en una pared que esté mirando hacia el sur.

Debes tener en cuenta que la hora que marca un reloj de sol no coincide exactamente con la hora oficial. Hay tres causas.

- La hora oficial se adelanta una hora en invierno y dos en verano respecto a la hora solar, para un mayor aprovechamiento de las horas de luz del día.
- La hora oficial está referida a un determinado meridiano. Cuando son las 12 horas oficialmente en Valencia, también lo son en Madrid, pero como Valencia está más al este, en ese momento el Sol está más alto que en Madrid. Esto significa que la hora solar de un meridiano tiene un desfase añadido respecto a la hora legal en los lugares que no están justo en ese meridiano, como es el caso de la Comunidad de Madrid.
- El transcurso de los días con su ciclo noche-día y el recorrido aparente del Sol a lo largo del día (en realidad, como sabes, es la Tierra la que se mueve alrededor del Sol) está provocado por el movimiento de rotación terrestre, sin embargo, el movimiento de traslación también influye en el tiempo que tarda el Sol a diario en alcanzar el punto más alto en el cielo, momento en el cual son las doce horas solares. Según la época del año la Tierra tiene una determinada velocidad de traslación. Este hecho influye en el adelanto o retraso de hasta 15 minutos, según la época, de la llegada de la 12 horas solares.

Los tres factores unidos provocan el desfase entre la hora solar y la hora legal.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 21

Juguemos a diseñar un barrio

Respuesta a la cuestión a)

La calle Arturo Soria y sus alrededores forman parte de uno de los proyectos más interesantes de urbanismo a nivel mundial. El proyecto se conoce con el nombre de Ciudad Lineal y se desarrolló a principios del siglo XX. La idea de Arturo Soria era crear un barrio o una ciudad a lo largo de una línea definida por un medio de comunicación, que según el proyecto original debía ser el tren o el tranvía. A ambos lados de esa línea debían estar las casas y los diferentes espacios públicos. Arturo Soria concibió distintos tipos de casas adaptadas a diferentes poderes adquisitivos. Hoy día, el proyecto inicial no se ajusta a lo que pensó su creador, en buena parte por la desaparición del tranvía y la aparición de una vía rápida para automóviles, lo cual ha hecho disminuir la calidad general del entorno residencial.



Respuesta a la cuestión b)

La zona que se te ha propuesto analizar constituye parte de lo que se ha llamado Ensanche de Madrid. Esta zona responde a una concepción racional de los entornos urbanos, pensada básicamente para dar respuesta a las demandas de transporte, por ello, las vías son anchas y el trazado es una cuadrícula; hay que pensar que se utiliza la cuadrícula para que abunden las líneas rectas y los transportes puedan alcanzar mayor velocidad.

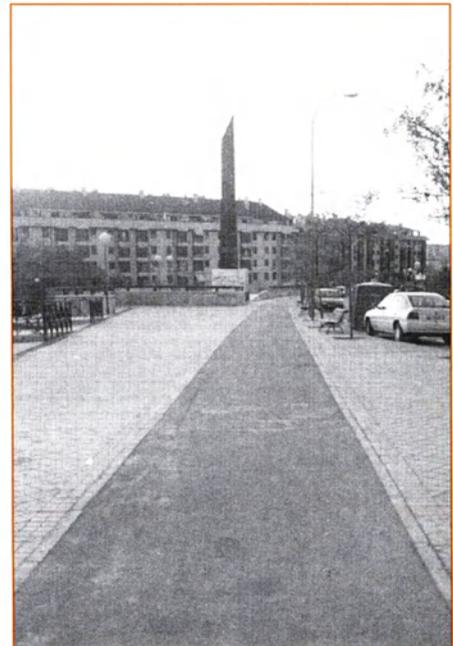


Calle Narváez en Madrid. Se observa que es una calle larga y recta.

Indicaciones sobre el juego

Las disposiciones que podéis imaginar son prácticamente innumerables. Sí es cierto que, a la hora de considerar las posibles disposiciones, tenéis que intentar que la situación de todos los bloques tenga la misma calidad. No sería una buena solución que, por ejemplo, dos bloques estuvieran al lado de la autopista, lejos de la escuela y de las tiendas, y sin vistas, mientras todos los demás disfrutaran de una buena situación.

Hay elementos urbanos interesantes a través de los cuales puedes obtener puntos, como la ubicación para contenedores para el reciclaje, el diseño de la ruta mínima para el camión de la basura, la correcta orientación de los edificios, un carril-bici bien situado, etc. En la Comunidad de Madrid las ventanas, como ya se expresó en el enunciado de la actividad, utilizando criterios bioclimáticos, tienen su situación óptima en la línea norte-sur.



Carril-bici en el Pasillo Verde de Madrid.

SOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD 22

Por los gastos para la adquisición de una vivienda... ¿Rebajas en el IRPF?

Tal y como está el supuesto, para realizar la declaración de la renta debemos seguir una serie de pasos, los cuales se detallan a continuación:

1. El primer paso

Consiste en conseguir el impreso; lo puedes hacer en cualquier estanco o en una delegación del Ministerio de Hacienda. Cuando hagas tu declaración, según sean tus circunstancias concretas, debes escoger el impreso para hacer una declaración simplificada, o bien, ordinaria. Nosotros, para nuestro supuesto, cogeremos el impreso para la declaración ordinaria. Si alguna vez te encontraras en la situación de tener que rellenar tú el impreso, pregunta en la delegación de Hacienda explicando tus circunstancias concretas.

2. Observa que dentro del sobre hay los siguientes conjuntos de papeles

- Las instrucciones.
- Un impreso “borrador” para no estropear el impreso “bueno”.
- El impreso “bueno” que hay que presentar en la Delegación de Hacienda.

El impreso borrador se rellena mientras se realizan los cálculos por primera vez. Cuando se estima que los cálculos están bien hechos, la información se pasa al impreso “bueno”, que es el que hay que presentar.

En esta solución se trabaja con el impreso del año 2001, pero puedes trabajar con el impreso del año concreto en el que hagas la actividad.

3. Página 1

En esta página tenemos varios apartados que nos piden básicamente datos identificativos. Debemos rellenar los siguientes:

- *Primer declarante*. Pondremos una etiqueta y rellenaremos a mano los datos de la derecha, que son el estado civil, el año de nacimiento, etc.

1. Primer declarante

Espacio reservado para la etiqueta identificativa del primer declarante.
 Solo dispone de etiquetas, con los datos que se solicitan en este apartado y adjunte fotocopia de documento acreditativo del número de identificación fiscal (N.I.F.), o, en su defecto, del documento nacional de identidad (D.N.I.).

1.º N.I.F. / Primer apellido / Nombre

2.º apellido / Nombre

Domicilio actual

Vía pública / Municipio / Provincia / País / C. Postal

Estado civil (el día 31-12-2000): 01 Soltero/a 02 Casado/a 03 Viudo/a 04 Divorciado/a o separado/a legalmente

Año de nacimiento (con 4 cifras):

Grado de minusvalía (%):

Teléfono de contacto (prefijo incluido):

– **Datos del cónyuge.**

2. Cónyuge del primer declarante (datos obligatorios en caso de matrimonio no separado legalmente, cualquiera que sea la opción de tributación elegida).

Espacio reservado para la etiqueta identificativa del cónyuge en caso de tributación conjunta.
 En caso de tributación individual o si no dispone de etiquetas, consigne los datos que se solicitan en este apartado.

1.º N.I.F. / Primer apellido / Nombre

2.º apellido / Nombre

Domicilio actual del cónyuge (si es distinto del domicilio del primer declarante)

Vía pública / Municipio / Provincia / País / C. Postal

Año de nacimiento (con 4 cifras):

Grado de minusvalía (%):

– **Datos del hijo.**

3. Hijos y otros descendientes solteros que conviven con el/los contribuyente/s

N.I.F. o D.N.I.	Primer apellido, segundo apellido y nombre (por este orden)	Año de nacimiento	Minusvalía (%)	Vinculación (*)	Otras situaciones
1.º <input type="text" value="20"/>	<input type="text" value="21"/>	<input type="text" value="22"/>	<input type="text" value="23"/>	<input type="text" value="24"/>	<input type="text" value="25"/>
2.º <input type="text" value="26"/>	<input type="text" value="27"/>	<input type="text" value="28"/>	<input type="text" value="29"/>	<input type="text" value="30"/>	<input type="text" value="31"/>
3.º <input type="text" value="32"/>	<input type="text" value="33"/>	<input type="text" value="34"/>	<input type="text" value="35"/>	<input type="text" value="36"/>	<input type="text" value="37"/>
4.º <input type="text" value="38"/>	<input type="text" value="39"/>	<input type="text" value="40"/>	<input type="text" value="41"/>	<input type="text" value="42"/>	<input type="text" value="43"/>
5.º <input type="text" value="44"/>	<input type="text" value="45"/>	<input type="text" value="46"/>	<input type="text" value="47"/>	<input type="text" value="48"/>	<input type="text" value="49"/>

(*) No se cumplimentará esta casilla cuando se trate de hijos o descendientes comunes del primer declarante y del cónyuge.

- **Tributación conjunta.** Debemos señalar la casilla 17 para escoger esta modalidad.
- En la parte de abajo de esta página debemos poner la *firma* y la *fecha* del día en que entreguemos la declaración.

4. Página 2

En esta página, según los datos y el caso práctico que se planteó en el enunciado de la actividad, debemos rellenar algunas casillas de los apartados A y B. Esas casillas son las siguientes:

- **Casilla 01. Retribuciones dinerarias.** En esta casilla pondremos 25.560,95 euros, que es la cantidad correspondiente al salario bruto.
- **Casilla “d” del apartado de Gastos deducibles.** En esta casilla debemos poner 1.635,84 euros que corresponde con lo que se ha pagado de Seguridad Social. Esta cantidad, más adelante, la podremos restar a lo que hemos ganado, y eso significa que no tendremos que tributar por ella.
- **Casilla 05. Total gastos deducibles.** Pondremos 1.635,84 euros. En esta casilla sumamos los gastos deducibles que como en este caso sólo son los de la Seguridad Social, coincide con la cantidad de la casilla *d* del apartado anterior.
- **Casilla 200. Rendimiento neto.** Para calcularlo tenemos que utilizar la fórmula que aparece entre paréntesis al lado de la casilla, y que es: $01 + 02 + 03 - 04 - 05$. En nuestro caso la operación a realizar es 25.560,95 euros – 1635,84 euros, y el resultado es 23.925,11 euros.

- **Casilla 06. Reducción de carácter general.** Con carácter general, del rendimiento neto está permitido reducir una determinada cantidad, la cual está indicada en las instrucciones del impuesto. Para rendimientos del trabajo superiores a 12.000 euros e independientemente de las rentas obtenidas por otros conceptos, la deducción general es de 2.260 euros, por tanto, esta es la cantidad que debemos consignar en la casilla 06.
- **Casilla 07. Rendimiento neto reducido.** Para calcular el importe de esta casilla utilizamos la fórmula que aparece delante de la misma que es: $200 - 06$. En nuestro caso esta operación arroja el resultado $23.925,11 \text{ euros} - 2.260 \text{ euros} = 21.665,11 \text{ euros}$.

A Rendimientos del trabajo	
Retribuciones dinerarias (incluidas las pensiones compensatorias y las anualidades por alimentos no exentas). Ingresos íntegros	01
Retribuciones en especie (excepto contribuciones empresariales a Planes de Pensiones y a Mutualidades de Previsión Social)	02
Contribuciones empresariales a Planes de Pensiones y a Mutualidades de Previsión Social: Importes que se imputan al contribuyente	03
Reducciones especiales (art. 17.2 Ley 40/1998). Importe (véase la Guía)	04
Gastos deducibles:	
Cotizaciones a la Seguridad Social o a Mutualidades Generales de Funcionarios, detracciones por derechos pasivos y cotizaciones a Colegios de Huérfanos o entidades similares	d
Cuotas satisfechas a sindicatos	e
Cuotas satisfechas a colegios profesionales (si la colegiación es obligatoria y con un máximo de 50.000 pta. anuales) ...	f
Gastos de defensa jurídica derivados directamente de litigios con el empleador (máximo: 50.000 pta. anuales)	g
Total gastos deducibles	05
Rendimiento neto (01 + 02 + 03 - 04 - 05)	200
Reducción de carácter general (art. 18 Ley 40/1998). (Como máximo, el importe de la casilla 200. Véase la Guía)	06
Rendimiento neto reducido (200 - 06)	07

- En las casillas de *Rendimientos del capital mobiliario*, que constituyen el apartado B de la página 2, debemos declarar los 1,42 euros de interés que nos ha dado el banco. La forma de rellenar las casillas es la siguiente:
 - *Intereses de cuentas y de activos financieros:* 1,42 euros
 - *Casilla 08. Total ingresos íntegros:* 1,42 euros
 - *Casilla 201: Rendimiento neto* (casilla 08 – casilla 09): 1,42 euros
 - *Casilla 12: Rendimiento neto reducido* (cas.201 – cas.10 – cas.11): 1,42 euros

B Rendimientos del capital mobiliario	
* Rendimientos del capital mobiliario (excepto derivados de la transmisión, amortización o reembolso de valores de la deuda pública adquiridos antes del 31.12.96)	
Ingresos íntegros	
Intereses de cuentas y depósitos y de activos financieros	a
Dividendos y demás rdto. por la participación en fondos propios de entidades (véase la Guía)	b
Rendimientos derivados de la transmisión o amortización de Letras del Tesoro	c
Rendimientos derivados de la transmisión, amortización o reembolso de otros activos financieros	d
Rendimientos derivados de contratos de seguro de vida o invalidez y de operaciones de capitalización	e
Otros rendimientos del capital mobiliario	f
Total ingresos íntegros	08
Gastos deducibles	
Gastos de administración y depósito de valores admitidos a negociación	g
Otros gastos fiscalmente deducibles (exclusivamente en caso de rendimientos derivados de la prestación de asistencia técnica, de arrendamientos de bienes muebles, negocios o minas o de subarrendamientos)	h
Total gastos deducibles	09
Rendimiento neto (08 - 09)	201
Reducciones (art. 24.2 de la Ley 40/1998). Importe (véase la Guía)	10
Reducciones en determinados rendimientos de contratos de seguro (disposición transitoria sexta Ley 40/1998. Véase la Guía)	11
Rendimiento neto reducido (201 - 10 - 11)	12

5. Página 10

En esta página hay varios apartados, en concreto, estudiaremos cómo rellenar los apartados H e I que corresponden al *Mínimo Personal y Familiar*, y al cálculo de la *Base Liquidable General*, respectivamente. Supongamos que en el caso que estamos tratando la declaración de la renta la realiza la unidad familiar, o lo que es lo mismo, que se realiza una declaración conjunta del matrimonio. En el supuesto que estamos tratando el desglose de los conceptos es el siguiente:

Apartado H. Mínimo personal y familiar:

- Casilla 920. *Mínimo personal*: 6.630 euros. La cantidad por cada cónyuge es de 3.315 euros, pero se consigna el doble porque se supone que la declaración es conjunta.
- Casilla 921. *Mínimo familiar por descendientes*: 1.200 euros. Esta cantidad es por tener un hijo menor de tres años.
- Casilla 923: *Mínimo personal y familiar*: En esta casilla pondremos el resultado de la suma de las casillas 920 y 921: 6.630 euros + 1200 euros = 7.830 euros.

H Mínimo personal y familiar	
Minimo personal. Importe (véase la Guía)	920
Minimo familiar por descendientes. Importe (véase la Guía)	921
Minimo familiar por ascendientes. Importe (véase la Guía)	922
Minimo personal y familiar: (920 + 921 + 922)	
923	

Apartado I. Base liquidable general.

- Casilla 30. *Saldo neto de rendimientos e imputaciones de rentas*. Para calcular lo que debemos poner en esta casilla, en el propio impreso aparece una fórmula, la que se expone a continuación sólo con las casillas que tienen algún contenido en nuestro supuesto:

Casilla 07 (rendimiento neto reducido del trabajo) + casilla 12 (rendimiento neto reducido del capital mobiliario).

Esta expresión en nuestro supuesto rinde:

$$21.665,11 \text{ euros} + 1,42 \text{ euros} = 21.666,53 \text{ euros},$$

que es lo que hay que consignar en la casilla 30.

- Casilla 925. *Parte general de la base imponible previa a la aplicación del mínimo personal y familiar*. Para rellenar esta casilla aparece en el impreso una fórmula en la que intervienen varias casillas, y de las cuales sólo tenemos rellena la casilla 30, por lo que el contenido de esta casilla 925 coincide con el de la 30, por tanto, en esta casilla 925 tendríamos que poner 21.666,53 euros.

- *Casilla 34. Mínimo personal y familiar.* En esta casilla tenemos que volver a poner el contenido de la casilla 923, por tanto, tendremos que consignar 7.830 euros.
- *Casilla 35. Parte general de la base imponible.* Para obtener el contenido de esta casilla hemos de utilizar la fórmula: casilla 925 – casilla 34. El resultado de esta operación es: 21.666,53 euros – 7.830 euros = 13.836,53 euros, que es la cantidad que se ha de consignar en esta casilla número 35.

1 Base liquidable general	
Determinación de la parte general de la base imponible	
Saldo neto positivo de ganancias y pérdidas patrimoniales imputables a 2000 a integrar en la parte general de la base imponible ...	28
Saldo neto negativo de ganancias y pérdidas patrimoniales de 1999 con periodo de generación igual o inferior a 2 años (Como máximo, el importe de la casilla 28)	29
Saldo neto de rendimientos e imputaciones de rentas (07 + 12 + 13 + 17 + 18 + 19 - 20 + 21 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27) ...	30
Compensaciones (si la casilla 30 es positiva y con el límite máximo de su importe):	
Rendimientos irregulares negativos pendientes de compensación procedentes de los ejercicios 1995 a 1998	31
Resto del saldo neto negativo de ganancias y pérdidas patrimoniales de 1999 con periodo de generación igual o inferior a 2 años (*) ..	32
Saldo neto negativo de ganancias y pérdidas patrimoniales imputables a 2000 a integrar en la parte general de la base imponible (*) ...	33
(*) La suma de los importes consignados en las casillas 32 y 33 no podrá superar el 10 por 100 del importe de la casilla 30.	
Parte general de la base imponible previa a la aplicación del mínimo personal y familiar (28 - 29 + 30 - 31 - 32 - 33)	925
Mínimo personal y familiar: importe de la casilla 923 (como máximo, el importe de la casilla 925)	34
Parte general de la base imponible (925 - 34)	35

- *Casilla 927. Base liquidable general del ejercicio.* En esta casilla, según el supuesto con el que estamos trabajando, tendríamos que consignar el resultado de la casilla 35, 13.836,53 euros. Si hubiéramos tenido aportaciones a Planes de Pensiones y/o a Mutualidades de Previsión Social, las hubiéramos podido restar al resultado de la casilla 35.
- *Casilla 42. Base liquidable general sometida a gravamen.* En esta casilla, según el supuesto que estamos tratando, reproducimos el resultado de la casilla 927, 13.836, 53 euros, aunque si la situación fuera más compleja este no sería el resultado.

Determinación de la base liquidable general	
Base liquidable general del ejercicio (35 - 36 - 37 - 38 - 999 - 39)	927
Compensaciones (si la casilla 927 es positiva y con el límite máximo de su importe):	
Bases liquidables regulares negativas de 1995 a 1998	40
Base liquidable general negativa de 1999	41
Base liquidable general sometida a gravamen (927 - 40 - 41)	42

6. Página 11

En esta página rellenaremos varias casillas pertenecientes a los apartados L y M que corresponden a los conceptos de Cuota íntegra y Deducciones generales de la Cuota íntegra, respectivamente.

- *Casilla 42. Base liquidable general sometida a gravamen.* La casilla 42 ya se rellenó en la página 10, pero en esta casilla se nos pide que la rellenemos de nuevo, por consiguiente, consignaremos de nuevo 13.836, 53 euros.

- *Casilla 51. Cuota estatal.* Esta es la cantidad que el Ministerio de Hacienda recibe y se distingue de la cuota que los gobiernos autonómicos ingresan, cantidad esta que habrá que consignar en la casilla 52. Para rellenar la casilla 51 hay que tener en cuenta la tabla de la guía que se suministra con el impreso. A continuación se presenta una reproducción de la misma adaptada al euro.

ESCALA GENERAL				
Fila	Base liquidable	Cuota íntegra	Resto base imponible	Tipo aplicable
1	0	0	3.678,19	15,00
2	3.678,19	551,73	9.195,49	20,17
3	12.873,68	2.406,46	12.260,65	23,57
4	25.134,33	5.296,29	15.325,81	31,48
5	40.460,13	10.120,86	26.973,42	38,07
6	67.433,56	20.389,64	En adelante	39,60

Partimos de 13.836,53 euros que es la base liquidable; observando la columna de la base liquidable, vemos que esta cantidad está entre la tercera y la cuarta fila, por tanto, nos quedamos en la tercera fila y observamos que a los primeros 12.873,68 euros le corresponde una cuota de 2.406,46 euros. La diferencia 13.836,53 euros – 12.873,68 euros = 962,85 euros tributa al 23,57%, lo cual significa que tenemos que obtener el 23,57% de 962,85 euros, lo que hace:

$$0,2357 \times 962,85 \text{ euros} = 226,94 \text{ euros};$$

esta última cantidad se la sumamos a los 2.406,46 euros y obtenemos:

$$2.406,46 \text{ euros} + 226,94 \text{ euros} = 2.633,40 \text{ euros},$$

que es la cantidad que tenemos que poner en la casilla número 51.

De todas formas, la tabla suele cambiar de un año para otro, así si vas a realizar tu declaración debes consultar la tabla del año en que te encuentres.

- *Casilla 52. Cuota autonómica o complementaria.* Se calcula de forma similar a la anterior cuota pero utilizando la siguiente tabla:

ESCALA AUTONÓMICA O COMPLEMENTARIA				
Fila	Base liquidable	Cuota íntegra	Resto base imponible	Tipo aplicable
1	0	0	3.678,19	3,00
2	3.678,19	110,35	9.195,49	3,83
3	12.873,68	462,53	12.260,65	4,73
4	25.134,33	1.042,46	15.325,81	5,72
5	40.460,13	1.919,10	26.973,42	6,93
6	67.433,56	3.788,35	En adelante	8,40

La cuota autonómica se calcula de forma similar a la cuota estatal. Por los primeros 12.873,68 euros la cuota es 462,53 euros. Por los restantes 962,85 euros se

tributa el 4,73%, es decir, $0,0473 \times 962,85 \text{ euros} = 45,54 \text{ euros}$. Para calcular la cuota autonómica se suman las dos cantidades: $462,85 \text{ euros} + 45,54 \text{ euros} = 508,39 \text{ euros}$, y es esta cantidad la que debemos consignar en la casilla 52.

- **Casilla TME. Tipo medio estatal.** Esta casilla es el porcentaje de la base liquidable general, casilla 42, que se paga a la administración central. Se calcula como cualquier otro porcentaje y viene especificado en el impreso cómo tenemos que calcularlo. Se divide el contenido de la casilla 51, que es la cuota estatal, entre el contenido de la casilla 42, y el resultado se multiplica por 100. Si realizamos estos cálculos obtenemos: $2633,40 \text{ euros} / 13.836,53 \text{ euros} \times 100 = 19,03\%$, que es el contenido que debemos consignar en la casilla TME.
- **Casilla TMA. Tipo medio autonómico.** Esta casilla es el porcentaje de la base liquidable general, casilla 42, que se paga a la administración autonómica. Se calcula igual que en el caso anterior pero utilizando la cuota autonómica en vez de la cuota estatal. Se divide el contenido de la casilla 52, que es la cuota autonómica, entre el contenido de la casilla 42, y el resultado se multiplica por 100. Si hacemos estos cálculos obtenemos: $508,39 \text{ euros} / 13.836,53 \text{ euros} \times 100 = 3,67\%$, que es el contenido que debemos consignar en la casilla TMA.

En la guía que viene con el impreso aparecen unos ejemplos muy claros de cómo se calculan las cuotas autonómicas y estatales así como el TMA y el TME.

L Cuota íntegra	
• Gravamen de la base liquidable general	
Rentas exentas del I.R.P.F., excepto para determinar el tipo de gravamen aplicable a las demás rentas (véase la Guía)	48
Importante: si ha consignado algún importe en la casilla 48, la cumplimentación de este apartado se realizará siguiendo las indicaciones específicas que figuran en la Guía de la declaración.	
Base liquidable general sometida a gravamen (traslade el importe consignado en la casilla 42 de la página 10)	42
Aplicación de la escala general a la casilla 42: Cuota estatal (véase la Guía)	51
Aplicación de la escala autonómica o complementaria a la casilla 42: Cuota autonómica o complementaria (véase la Guía)	52
Tipo medio de gravamen estatal ($\frac{51}{42} \times 100 + 42$) ...	TME
Tipo medio de gravamen autonómico o complementario ($\frac{52}{42} \times 100 + 42$) ...	TMA
Contribuyentes que satisfacen anualidades por alimentos a sus hijos por decisión judicial cuyo importe sea inferior al de la casilla 47	
Base liquidable general sometida a gravamen (traslade el importe consignado en la casilla 42 de la página 10)	42
Base 1.ª para la aplicación de las escalas de gravamen: Anualidades por alimentos en favor de los hijos satisfechas por decisión judicial	49
Base 2.ª para la aplicación de las escalas de gravamen: Resto de la base liquidable general ($42 - 49$)	50
Aplicación de la escala general a las bases 1.ª y 2.ª: Cuota estatal (véase la Guía)	51
Aplicación de la escala autonómica o complementaria a las bases 1.ª y 2.ª: Cuota autonómica o complementaria (véase la Guía)	52
Tipo medio de gravamen estatal ($\frac{51}{42} \times 100 + 42$) ...	TME
Tipo medio de gravamen autonómico o complementario ($\frac{52}{42} \times 100 + 42$) ...	TMA

- **Casillas 55 y 56.** Tal y como es nuestro supuesto práctico, el contenido de la casilla 55 coincide con el de la 51; así mismo, el contenido de la casilla 56 coincide con el de la 52. Delante de las casillas 55 y 56 aparecen las fórmulas para calcular su contenido, y en caso de que la declaración fuera más compleja el contenido podría no coincidir con las casillas 51 y 52.
- **Casilla 57. Cuota íntegra total.** Se calcula sumando los contenidos de las casillas 55 y 56, en definitiva se trata de sumar las cuotas autonómicas y estatales. El resultado de hacer esta suma es: 3.141,79 euros.

Determinación de la cuota íntegra	
Cuota íntegra estatal (51 + 53)	55
Cuota íntegra autonómica o complementaria (52 + 54)	56
Cuota íntegra total (55 + 56)	57

- *Casilla 60. Deducción por inversión en vivienda habitual con financiación ajena.* Para rellenar esta casilla, lo mismo que para otras muchas, es conveniente leer la guía que acompaña al impreso. En la citada guía, dentro de un recuadro y en un apartado dedicado a la financiación ajena, aparecen dos subapartados; el primero de ellos se refiere a la deducción a la que podemos acceder si las cantidades abonadas lo han sido en el plazo máximo de dos años desde la adquisición de la vivienda; el segundo es para cantidades abonadas después de dos años desde que se adquirió la vivienda. Nosotros suponemos que estamos dentro de los dos años posteriores a la adquisición. En el caso descrito según la guía de la declaración, por los primeros 4.500 euros podemos deducir el 25% y por las cantidades que excedan estos 4.500 euros, y como máximo hasta llegar hasta otros 4.500 euros, se deduce el 15%. El contenido de la casilla 60 se calcula de la siguiente forma:

Cantidades satisfechas por intereses: 5.135,28 euros

Cantidades satisfechas del capital principal: 2.486,03 euros

(datos obtenidos del enunciado del supuesto práctico que estamos resolviendo)

Total de cantidades satisfechas: 7.621,31 euros

Deducciones por los primeros 4.500 euros: $0,25 \times 4.500$ euros = 1125 euros

Por el resto ($7.621,31 - 4.500 = 3.121,31$) $0,15 \times 3.121,31$ euros = 468,20 euros

Total deducción: 1.125 euros + 468,20 euros = 1.593,20 euros

Esta cantidad de 1.593,20 euros es lo que tenemos que poner en la casilla 60.

Deducción por inversión en vivienda habitual. Inversión máxima: 1.500.000 pts. (2.000.000 de pts. por adopción de vivienda de gran vulnerabilidad)		
Por adquisición o rehabilitación de la vivienda habitual	{ Con financiación ajena. Importe de la deducción (véase la Guía)	60
	{ Sin financiación ajena. Importe de la deducción (véase la Guía)	61
Por construcción o ampliación de la vivienda habitual:	Importe de la deducción (véase la Guía)	62

7. Anexo A

Antes de rellenar la página 12, se debe rellenar el anexo A. En el anexo A están las deducciones que cada comunidad autónoma permite hacer, en concreto nosotros deduciremos cierta cantidad por el nacimiento de un hijo. En la guía del impuesto aparece un requisito para poder hacer esta deducción y es que los contenidos de las casillas 925 y 928 no superen los 30.000 euros, como es nuestro caso.

- *Casilla 181. Deducción autonómica en la Comunidad de Madrid por nacimiento o por adopción de un hijo.* Según la guía, la deducción es de 155 euros.

- *Casilla 71.* Trasladamos el contenido de la casilla 181 a la 71, así pues, consignamos 155 euros.

Comunidad de Madrid	
Por el nacimiento o adopción de hijos (cuantía y requisitos: véase la Guía)	181
Por acogimiento no remunerado de personas mayores de 65 años (cuantía y requisitos: véase la Guía)	182
Suma de deducciones autonómicas no sujetas a límite respecto de la base liquidable del impuesto (181 + 182)	71
Por donativos a fundaciones culturales y/o asistenciales inscritas en el Registro de Fundaciones de la Comunidad de Madrid: el 10 por 100 ... (Véanse en la Guía de la declaración los requisitos y el límite máximo de los donativos con derecho a esta deducción)	72

8. Página 12

- *Casilla 70. Suma de las deducciones generales de la cuota íntegra.* Como bien explicado está en el propio impreso, sumamos los contenidos de las casillas que van desde la 58 a la 69. En nuestro caso, de estas casillas sólo hemos rellenado la 60, por tanto, el contenido de la 70 coincide con el de la 60, por ello escribimos 1.593,20 euros.

M Deducciones generales de la cuota íntegra (continuación)	
Suma de deducciones generales de la cuota íntegra	
Total deducciones generales de la cuota íntegra (suma de las cantidades consignadas en las casillas 58 a 69 anteriores)	70

- *Casilla 71.* El contenido de esta casilla coincide con el de la 71 del anexo A, por tanto, escribimos 155 euros.

N Deducciones autonómicas de la cuota (deberá cumplimentarse previamente el anexo A de la declaración)	
Deducciones no sujetas a límite respecto de la base liquidable del impuesto (traslade el importe consignado en la casilla 71 del anexo A)	71
Deducciones sujetas a límite respecto de la base liquidable del impuesto (traslade el importe consignado en la casilla 72 del anexo A)	72

- *Casilla 73. Cuota líquida estatal.* Para calcular el contenido de la casilla, en el propio impreso aparece una fórmula que es la siguiente: $55 - 85\%$ de 70, y de acuerdo con esta fórmula podemos establecer la expresión:

$$2.633,40 \text{ euros} - 0,85 \times 1.593,20 \text{ euros} = 1.279,18 \text{ euros, que es el contenido que hay que consignar en la 73.}$$

- *Casilla 74. Cuota líquida autonómica o complementaria.* Para calcular el contenido de esta casilla, igual que en el caso anterior, utilizamos la fórmula que viene en el impreso, que es la siguiente: $56 - 15\%$ de $70 - 71 - 72$, y de acuerdo con esta fórmula podemos escribir:

$$508,39 \text{ euros} - 0,15 \times 1593,20 \text{ euros} - 155 \text{ euros} = 114,41 \text{ euros,}$$

que es el contenido que hay que consignar en la casilla 74.

- *Casilla 75. Cuota líquida total.* Para rellenar esta casilla debemos sumar el contenido de las dos anteriores: 1.279,18 euros + 114,41 euros = 1.393,59 euros, que es el contenido que hay que consignar.

O Cuota líquida y cuota resultante de la autoliquidación	
Cuota líquida estatal ([55] - 85% de [70])	73
Cuota líquida autonómica o complementaria ([56] - 15% de [70] - [71] - [72])	74
Cuota líquida total ([73] + [74])	75

- *Casilla 91. Cuota resultante de la autoliquidación.* Tal y como es nuestro supuesto práctico, el contenido de esta casilla coincide con el contenido de la 75, es decir, que debemos consignar 1.393,59 euros.

Cuota resultante de la autoliquidación (([75] ó [84]) - [85] - [86] - [87] - [88] - [89] - [90])	91
--	----

- *Casilla 92. Retenciones por rendimientos del trabajo.* Este dato lo obtenemos de los datos iniciales del supuesto, y es 2.542,19 euros. Esta es la cantidad que ya se ha pagado a Hacienda mediante descuento en la nómina.
- *Casilla 93. Retenciones por rendimientos del capital mobiliario.* Según los datos iniciales del supuesto práctico en esta casilla debemos consignar 0,25 euros.
- *Casilla 102. Total pagos a cuenta.* El contenido de esta casilla viene dado por la suma de las dos anteriores, ya que no tenemos retenciones a cuenta por otros conceptos. El resultado de la suma es 2.542,19 euros + 0,25 euros = 2.542,44 euros.

P Retenciones y demás pagos a cuenta	
Por rendimientos del trabajo:	Suma de retenciones e ingresos a cuenta 92
Por rendimientos del capital mobiliario:	Suma de retenciones e ingresos a cuenta 93
Por arrendamientos de inmuebles urbanos (constituyan o no actividad económica):	Suma de retenciones e ingresos a cuenta 94
Por rendimientos de actividades económicas (salvo arrendamientos de inmuebles urbanos):	Suma de retenciones e ingresos a cuenta 95
Por actividades económicas:	Pagos fraccionados realizados 96
Por ganancias y pérdidas patrimoniales (incluidos premios):	Retenciones, ingresos a cuenta y pagos a cuenta .. 97
Imputaciones en régimen de transparencia fiscal	Retenciones, ingresos a cuenta, pagos fraccionados y cuota del I. Sociedades (límite: véase la Guía) 98
	Exceso de pagos a cuenta imputados (art. 65, letra c, de la Ley 40/1998) 99
Por imputaciones de rentas derivadas de la cesión de derechos de imagen:	Ingresos a cuenta (art. 76.9 de la Ley 40/1998) 100
Por bonificaciones otorgadas conforme al programa PREVER (art. 3 de la Ley 39/1997):	Importe deducible 101
Total pagos a cuenta (suma de las cantidades consignadas en las casillas [92] a [101] anteriores)	102

- *Casilla 103. Cuota diferencial.* El contenido de esta casilla es lo que debemos abonar al Ministerio de Hacienda y a la administración autonómica, en caso de obtener un resultado positivo, o la cantidad que los organismos citados nos deben devolver, en caso de obtener un resultado negativo. La expresión para calcular el contenido de la casilla es: 91 - 102, y en nuestro caso concreto tenemos:

$$1.393,59 \text{ euros} - 2.542,44 \text{ euros} = -1.148,85 \text{ euros.}$$

Como el resultado es negativo, esta sería la cantidad que nos tienen que devolver.

Q Cuota diferencial	
Cuota diferencial ([91] - [102])	103

9. Documento de ingreso o devolución

Este impreso tiene siete cuadros o apartados; veamos los que tenemos que rellenar:

- *Cuadro 1º.* Este apartado corresponde a los *datos personales*, los rellenamos o ponemos una de las etiquetas que nos suministra el Ministerio de Hacienda.
- *Cuadro 2º. Cónyuge.* Escribimos los datos del cónyuge.
- *Cuadro 3º. Cuota diferencial.* Escribimos el resultado de la casilla 103 de la página 12 del impreso.

Primer declarante (1)	Espacio reservado para la etiqueta identificativa		Ejercicio 2 0 0 0		Periodo O A	
			100104409749 6			
						
	N.I.F./D.N.I.	Apellidos y nombre				
Calle/Plaza/Avda.	Nombre de la vía pública			Número	Esc.	Piso Prta. Teléfono
Municipio	Provincia				Cód. Postal	
Cónyuge	N.I.F./D.N.I.		Apellidos y nombre			
Liqui-dación (2)	Cuota diferencial					103

- Los cuadros 5º y 6º son para las declaraciones positivas (que son las que hay que pagar). En nuestro caso no los rellenamos.
- *Cuadro 6º. Devolución.* Rellenamos el importe, y ponemos una cruz en la casilla marcada con un 5 si queremos que nos devuelvan el dinero por transferencia bancaria. Por último debemos rellenar los datos bancarios a los que deseamos que hagan la transferencia.
- *Cuadro 7º. Firma.* En este recuadro ponemos el lugar, la fecha y la firma.

Devolución (6)	Si la cuota diferencial (casilla 103 de la declaración) es negativa, marque con una "X" la clave que corresponda:					
	RENUNCIA a la devolución 4		SOLICITA la devolución por transferencia ... 5		Importe: D	
	De conformidad con lo dispuesto en el artículo 85 de la Ley 40/1998, manifiesto a esa Delegación mi deseo de que el importe a devolver reseñado me sea abonado mediante transferencia bancaria a la siguiente cuenta, de la que soy titular:			Entidad	Sucursal	Código cuenta cliente (CCC) DC
				Número de cuenta		
Importante: si solicita la devolución, ponga especial cuidado en la correcta cumplimentación de los datos de la cuenta en la que desea recibir la transferencia bancaria.						
Firma (7) a de de					
	Firma:					
Atención: en caso de matrimonios que hayan optado por la declaración conjunta, este documento deberá ser firmado por ambos cónyuges						

CAPÍTULO IV

ENUNCIADOS DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS

ACTIVIDAD 1

El proyecto

En esta actividad vamos a proyectar y construir un reloj de sol siguiendo detalladamente los pasos de un proyecto. Las claves para construir el reloj de sol las tienes en la solución de la actividad 20 de entrenamiento. Es probable que construyeras el reloj tal y como aparece descrito, pero en esta actividad se te propone que asumas las siguientes indicaciones:

- Sigue todos los pasos de un proyecto tal y como se señala en la solución de la actividad 1 de entrenamiento, además, esta vez considera aspectos que quizá no consideraste en la actividad 20 de entrenamiento; como por ejemplo el color de las distintas piezas del reloj, el tipo de letra para hacer los números, la tipología de las líneas, las cualidades estéticas generales, etc.
- Construiremos un reloj de sol horizontal.
- Si no tienes fácil acceso a otro material y a las herramientas para trabajarlo, puedes construirlo de cartulina.

Tienes que tener en cuenta dos pequeños detalles para construir un reloj de sol horizontal:

- En el paso 4 detallado en la solución de la actividad 20 de entrenamiento, la distancia entre el centro de la circunferencia auxiliar y la línea vertical grande es “ c ” en vez de “ b ”.
- En el paso 7 de la citada solución, el lado del triángulo que debe estar en contacto con la superficie rayada, es decir, con el limbo del reloj, no es “ c ” sino “ b ”.

ACTIVIDAD 2

Las dimensiones del solar

La parcela que nos han asignado en el barrio en el que vamos a construir el bloque de viviendas es rectangular. En el plano uno de los lados aparece marcado con 35 metros. También sabemos que la superficie total de la parcela son 1.470 m^2 . ¿Cuál es la longitud del otro lado del rectángulo?

ACTIVIDAD 3

Dibujo de una planta cuadrada a escala

Supongamos que el bloque de viviendas que queremos construir es de planta rectangular siendo uno de los lados de 12 m y el otro de 10 m. Dibuja la planta del bloque con una escala de 1:100.

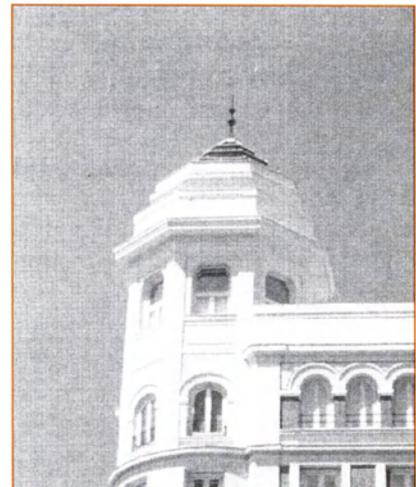
ACTIVIDAD 4

Plantas hexagonales, ¿por qué no?

4.1. Dibujo de un hexágono. Si quieres también puedes dibujar un octógono

Imaginemos que estamos pensando en proponer que la planta del edificio de viviendas sea hexagonal. Según esto y como enunciado de esta actividad, dibuja la representación de un hexágono 10 metros de lado utilizando la escala 1:200.

¡Ponte a prueba! Dibuja un octógono con las dimensiones que quieras.



Construcción octogonal en la plaza de Callao en Madrid.

4.2. Jorge Luis Borges, los hexágonos y la arquitectura

Si has trabajado la actividad 4 de entrenamiento recordarás la biblioteca y la estructura de su planta. Es posible que también tengas en la cabeza la estructura completa de la biblioteca en tres dimensiones. Si no la tienes, puedes leer de nuevo el texto. ¿Cómo describirías la estructura tridimensional de la biblioteca?, ¿con qué poliedros podrías describir la biblioteca en tres dimensiones?

ACTIVIDAD 5

La superficie de un hexágono

Calcula la superficie real del hexágono que has dibujado en la actividad anterior. Recuerda que es un hexágono de 10 m de lado.

ACTIVIDAD 6

Dibujo en tres dimensiones de un edificio. Primero en perspectiva caballera y después en perspectiva axonométrica

Dibuja en perspectiva caballera primero y después en perspectiva axonométrica, utilizando la escala 1:400, un prisma rectangular (que constituye la forma básica de un edificio) utilizando las medidas 18 m \times 22 m para la base del rectángulo y 25 m de altura.

ACTIVIDAD 7

Volumen del piso

Calcula el volumen de un piso que tiene 2,5 m de altura y una planta en forma hexagonal, siendo el lado del hexágono de 10 metros.

ACTIVIDAD 8

Dibujo del tejado

Dibuja en perspectiva caballera y con una escala 1:400 un edificio en forma de prisma rectangular con una base de $15\text{ m} \times 20\text{ m}$ y con una altura de 30 m. Dibuja una cubierta en forma de pirámide con base rectangular cuyas dimensiones coincidan con la planta del edificio o si quieres, haz que la pirámide forme una pequeña cornisa. Dibuja la pirámide con una altura de 5 metros.

ACTIVIDAD 9

Volumen entre el tejado y la última planta

Calcula el volumen entre la cubierta y el techo de la última planta de un edificio que tiene una cubierta con forma de pirámide de 5 metros de altura y con una base cuadrada de 15 m de lado.

ACTIVIDAD 10

Superficie de una pirámide. ¿Cuánto cuesta el recubrimiento del tejado?

Supongamos que un vendedor de material de recubrimientos para tejados nos ha dicho que dicho material tiene un precio de 11 euros/m². Si le ponemos al tejado el material que nos ofrece este vendedor, ¿cuánto costará recubrir del tejado? Supón que el tejado tiene la forma de una pirámide de 5 m de altura y una base cuadrada de 15 m de lado.

ACTIVIDAD 11

Edificios con forma de prisma oblicuo en Madrid

Dibuja un prisma oblicuo con las siguientes características:

- Utiliza la escala 1:200.
- Dibuja una torre de 60 m de altura.
- Utiliza la perspectiva caballera.

- Haz una base con forma cuadrada y con 20 m de lado.
- Dibuja la torre de tal forma que el lado lateral izquierdo de la base inferior caiga exactamente debajo del lado lateral derecho de la base superior, es decir, una torre inclinada hacia la izquierda.

ACTIVIDAD 12

El arte y las matemáticas

Haz una maqueta de un supuesto monumento. Utiliza figuras tridimensionales para realizar este monumento. Puedes utilizar un prisma recto de base hexagonal, una pirámide, un cilindro, etc.

Ten en cuenta los siguientes aspectos:

- Antes de empezar a construir las figuras, piensa cómo obtener su desarrollo plano.
- Piensa en el color, el tamaño (una buena medida para hacer la maqueta es hacer figuras de la dimensión de una mano aproximadamente), la composición en el monumento, etc.
- Escribe una pequeña memoria en la que puedes indicar el posible material para el monumento real, la escala a la que está hecha la maqueta y las dimensiones reales del monumento que se propone, etc.

En la confluencia de la calle Vitrubio y el paseo de la Castellana en Madrid, hay un monumento blanco que es la representación de un objeto matemático. En el libro de Martin Gardner, *Carnaval Matemático*, está descrito. Intenta conseguir el libro y explicar con tus palabras de qué se trata.

ACTIVIDAD 13

Dibujo del piso ideal

Imaginemos que vamos a hacer una propuesta, a través de un dibujo, al arquitecto acerca de cómo queremos la distribución de los pisos en una planta y de la distribución interior de los propios pisos. Para hacer el dibujo partiremos de los siguientes supuestos:

- La superficie total de la planta tiene forma de un rectángulo cuadrado de $20\text{ m} \times 30\text{ m}$.
- Dibuja cuatro pisos por planta que tengan aproximadamente las mismas dimensiones.
- Puede haber un patio central.

- Se puede dejar un hueco rectangular de 4 m de lado, como mínimo, para la escalera y el ascensor, teniendo en cuenta que una de las paredes de la escalera debe dar a la calle o al patio, en caso de que lo hayamos dibujado.
- Todas las dependencias, salvo el cuarto de baño, deben tener una ventana al patio interior o a la calle.
- Haz el dibujo lo utilizando la escala 1:200.

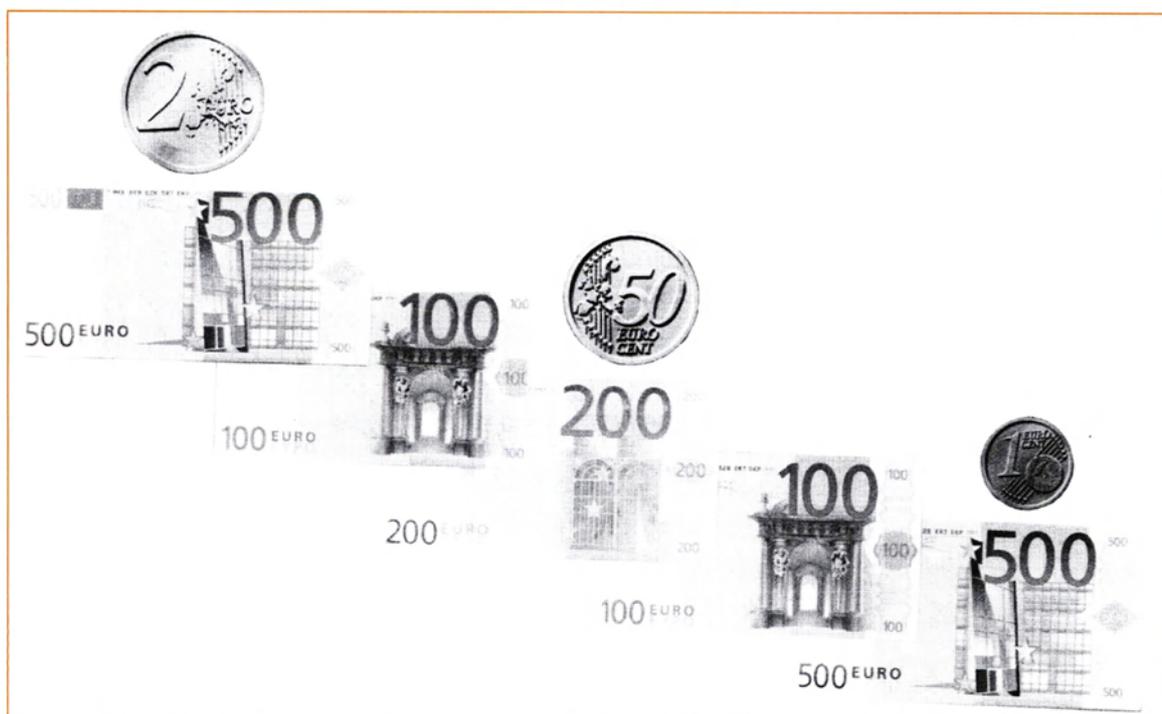
Pues bien, con todas estas especificaciones realiza el dibujo de la planta.

ACTIVIDAD 14

¿Ahorrar o pedir prestado?

14.1. Interés compuesto

Se invierten 9.000 euros al 5% de interés anual en bonos de deuda pública a 30 años. Además, el dinero de los intereses se va invirtiendo también al 5%, de tal forma que al cabo de los 30 años se retira todo el capital, ¿cuánto dinero tendríamos al final de ese período de 30 años?



14.2. Anualidades

Supongamos ahora que se invierten 9.000 euros al año, a la vez que se reinvierten los intereses. Se hace así durante 15 años y a un interés del 5%, ¿cuánto dinero se tendría al cabo de esos 15 años?

14.3. ¿Cuánto hay que esperar para ahorrar una determinada cantidad, dada una determinada capacidad de ahorro?

¿Cuánto tiempo tardaríamos en ahorrar 90.000 euros suponiendo que ahorramos 10.000 euros al año y que vamos reinvertiendo los intereses, obteniendo un interés del 5%?

14.4. El préstamo hipotecario a interés fijo

Se pide un crédito de 90.000 euros para pagar en 10 años, siendo el interés que nos cobra la entidad financiera del 6% anual. Con estos datos, ¿cuánto habrá que pagar mensualmente?, ¿cuánto dinero habrá que pagar en total por los 90.000 euros?

14.5. El préstamo hipotecario con interés variable

Imaginemos que hemos obtenido un préstamo con las siguientes condiciones:

- Se ha obtenido un préstamo de 60.000 euros.
- El interés inicial al que se va hacer frente es del 9%.
- El plazo para amortizar el crédito es de 15 años o 180 meses.

Además, en la mensualidad 111 la entidad nos anuncia que el interés que nos cobra por el capital que queda por devolver es del 8%, es decir, que nos reduce un 1% el interés. ¿Cuál sería el importe de la mensualidad 111? (Para hacer el cálculo utiliza la tabla de la actividad 14 de entrenamiento).

ACTIVIDAD 15

De las parábolas y su utilización en la arquitectura. La Casa de las Flores en Madrid y otros

Supongamos que queremos que la puerta de entrada para nuestro edificio de viviendas sea como la de la Casa de las Flores descrita en la actividad 15 de entrenamiento, esto es, una entrada con forma parabólica. Para comunicar la propuesta al arquitecto y a los demás cooperativistas de nuestro edificio, hemos decidido hacer un dibujo de una parábola. La parábola que queremos dibujar debe tener las siguientes características:

- Hemos decidido hacerla de 6 metros de alto.
- Debe ser una parábola de ramas descendentes.
- Se quiere que tenga una anchura de 5 metros en el lado más ancho.

Con estos datos haz el dibujo de la parábola.

ACTIVIDAD 16

¿Cómo poner precio a nuestra vivienda?

En esta actividad supondremos que nuestro edificio de viviendas está en el Paseo de las Acacias. Calcula el precio mínimo de referencia, obtenido a través de las tablas que da la Comunidad de Madrid, de un piso con las siguientes características:

- Piso situado en la zona del Paseo de las Acacias de Madrid.
- 100 m² construidos.
- 8 m² de terraza en ático.
- Finca con 20 años de antigüedad.
- Piso exterior.



ACTIVIDAD 17

Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para calcular el precio de un piso

Imaginemos la siguiente situación: una vez construido el edificio de viviendas de la cooperativa, uno de los cooperativistas vende la vivienda por 144.000 euros y queremos saber a cómo está vendiendo el metro cuadrado para valorar nuestra vivienda.

Supongamos que las características del piso son las siguientes:

- Tiene 120 m² construidos.
- Tiene una terraza en ático de 12 m².
- El edificio tiene 5 años.
- Es un piso exterior.

Con estos datos calcula el precio con el que el vecino está valorando cada metro cuadrado.

ACTIVIDAD 18

Los pisos y el transporte. Estimación del precio del transporte público y del transporte privado

Comparemos el coste anual de utilizar una estrategia personal de transporte basada en la posesión y uso de un automóvil, y otra estrategia basada en el transporte público combinada con el alquiler de vehículos en determinadas situaciones.

Para hacer una estimación del coste anual de tener coche privado decides hacer un estudio estadístico. Para ello, preguntas a 30 personas, que han adquirido un coche nuevo en los últimos 10 años, sobre el coste y obtienes los siguientes resultados:

Nº	Precio del coche	Litros de gasolina/100 km	Multas/año	Seguro/año	Taller/año
1	9.500,00 €	6	50,00 €	617,59 €	160,00 €
2	11.000,00 €	6	–	590,12 €	–
3	17.000,00 €	6,5	–	790,12 €	–
4	2.500,00 €	5,8	–	388,84 €	220,00 €
5	7.500,00 €	5,4	50,00 €	473,82 €	25,00 €
6	7.600,00 €	5,1	–	314,07 €	–
7	7.800,00 €	4	–	231,33 €	–
8	8.000,00 €	6,8	100,00 €	518,09 €	–
9	12.500,00 €	6,2	200,00 €	719,08 €	–
10	9.300,00 €	4,9	–	457,33 €	127,00 €
11	12.000,00 €	6,8	–	642,61 €	–
12	7.500,00 €	5,3	–	353,82 €	35,00 €
13	5.900,00 €	5,1	80,00 €	521,84 €	–
14	12.000,00 €	6,9	–	705,14 €	–
15	7.500,00 €	6,2	120,00 €	588,84 €	214,00 €
16	16.000,00 €	7	–	967,67 €	–
17	12.500,00 €	6,4	–	623,86 €	–
18	17.000,00 €	7	–	1.045,18 €	27,00 €
19	7.600,00 €	4,9	–	514,07 €	140,00 €
20	8.900,00 €	5,3	160,00 €	600,34 €	–
21	21.000,00 €	6,1	–	1.165,22 €	–
22	12.300,00 €	5	–	610,25 €	–
23	6.100,00 €	4,9	75,00 €	473,82 €	–
24	8.100,00 €	6,6	80,00 €	371,58 €	230,00 €
25	16.400,00 €	5,4	–	985,65 €	–
26	7.000,00 €	6,2	–	260,08 €	–
27	12.200,00 €	6,3	–	716,64 €	–
28	8.000,00 €	5,4	–	617,59 €	127,00 €
29	11.000,00 €	7,4	–	1.207,71 €	–
30	12.000,00 €	5,9	–	805,14 €	–

Si quieres en vez de los resultados de esta tabla puedes realizar tú mismo la encuesta entre las personas de tu entorno. Con cinco o seis personas puede ser suficiente para obtener una muestra que aporte cierta información.

Con estos datos puedes calcular la media de cada columna. Para calcular el coste anual del coste de la compra de automóvil, supón que la duración media de los automóviles es de 10 años. Para calcular el coste en gasolina puedes suponer que se realizan 5.000 km anuales de media y utiliza como precio del litro de gasolina, 0,84 euros.

Para calcular el coste en transporte con una estrategia basada fundamentalmente en el transporte público, debes considerar los siguientes aspectos:

- Debes contabilizar el precio de un abono transporte, del Consorcio de Transportes de la Comunidad de Madrid, de la persona que sustituye el coche por el transporte público. Contabiliza 30 euros/mes. No contabilizamos ningún abono transportes de otros miembros de la familia, porque esos abonos también habría que contabilizarlos en caso de que existiera un coche en la familia, y en el caso anterior no se ha hecho.
- En ocasiones no hay más remedio que coger un taxi. Contabilizamos 350 euros anuales en gasto de taxi.
- En ocasiones el coche es necesario para acceder a lugares a los que no llega el transporte público como en vacaciones o en situaciones especiales. Imaginemos que en esas situaciones se alquila un automóvil. A lo largo del año se alquila un automóvil durante 30 días. En el mercado se puede encontrar ofertas de alquiler por 20 euros/día. Con estas condiciones calcula el coste de los alquileres de automóviles.

Con todos los supuestos anteriores estima el coste de moverse sin tener automóvil privado.

Para acabar la actividad calcula la diferencia entre moverse de una forma y de otra. Ten en cuenta que todos los cálculos puedes realizarlos con un ordenador, si dispones de él, que tenga instalada una hoja de cálculo.

ACTIVIDAD 19

El azar, los sorteos y Borges

Veamos lo que hay que hacer en esta actividad. Supón que te encuentras con un sorteo de lotería en el que hay 10.000 números; piensas en que con el sorteo quizá puedas financiar la vivienda si obtienes el primer premio; cada billete de lotería tiene un número; hay un sólo premio de 40.000 euros; y por último, cada billete vale 6 euros. Con estas condiciones:

- a) ¿Saldría rentable comprar 10.000 billetes, de forma que se juegue a todos los números, para ganar el premio de forma segura?
- b) Si compramos un sólo billete, ¿cuál sería la probabilidad de ganar el premio?
- c) Consigue el relato de Jorge Luis Borges *El libro de arena*; después de leer el texto contesta la siguiente pregunta: ¿por qué en *El libro de arena* es imposible encontrar una página que ya se haya visto en un momento pasado?

ACTIVIDAD 20

Cómo hacer un reloj de sol

Realiza la maqueta sencilla de un reloj de sol horizontal. En la actividad 1 propuesta tienes las indicaciones para realizarla. Tienes que hacer dos pequeños cambios con respecto al reloj vertical que están descritos en la citada actividad 1.

ACTIVIDAD 21

Juguemos a diseñar un barrio

Para realizar esta actividad es conveniente que leas las instrucciones de la actividad número 21 de entrenamiento. Lo que se propone que hagas aquí, es lo mismo que en la actividad que se te ha recomendado leer. Cuentas con la ventaja de haber trabajado el problema en clase. Para que puedas comparar, elabora dos configuraciones y compara una con otra. El sistema de puntos para comparar ambas configuraciones, puede ser con cero puntos y un punto para cada variable; un punto para el mejor resultado y cero puntos para el otro. Tu tabla podría ser:

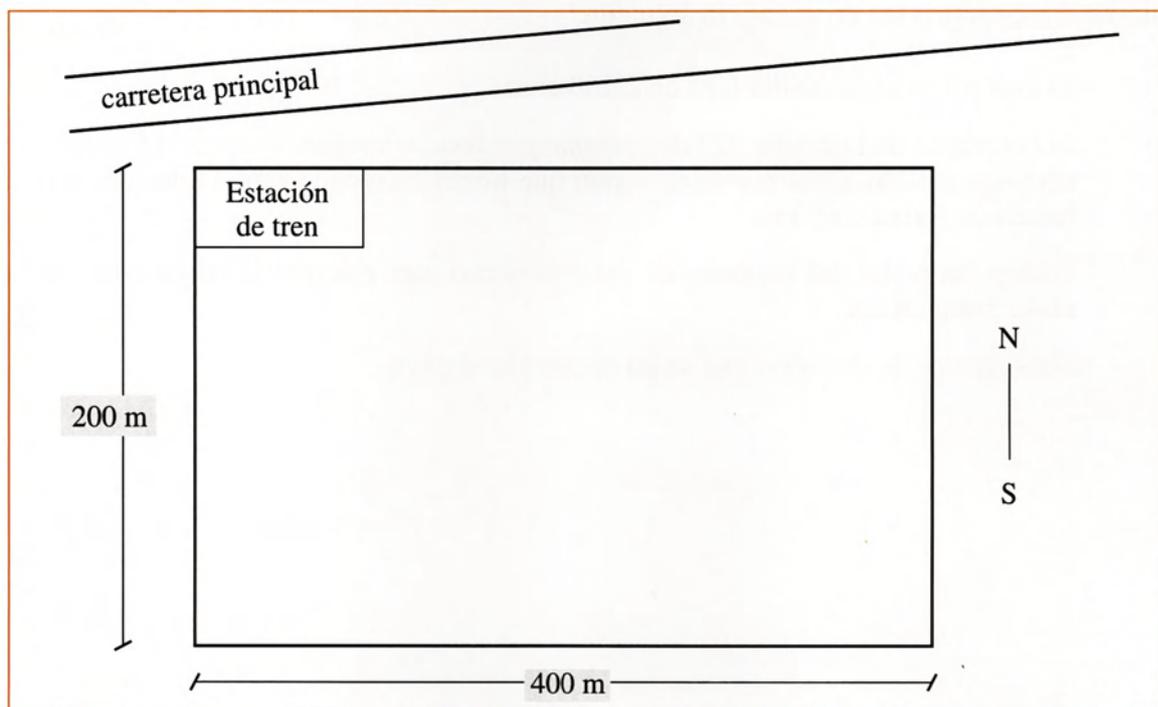
	Distancia media a la carretera principal	Ptos.	Metros de crtra. interna en el barrio	Ptos.	Nº de m ² dedicados a zonas verdes	Ptos.	Distancia media a los locales comerciales	Ptos.
Disposición 1								
Disposición 2								
	Bloques de casa orientados en la línea norte-sur sin edificios delante	Ptos.	Distancia media a la escuela	Ptos.	Distancia media a la estación de cercanías	Ptos.	Puntos por otros conceptos	Ptos.
Disposición 1								
Disposición 2								

De tal forma que ya no compararías tu propuesta con la de nadie sino que compararías dos propuestas tuyas.

Para realizar esta actividad usa las siguientes especificaciones:

- Utiliza 6 bloques de viviendas en vez de 12.

– Utiliza el siguiente plano:



ACTIVIDAD 22

Por los gastos para la adquisición de la vivienda... ¿Rebajas en el IRPF?

Raliza una declaración de la renta suponiendo que se tienen los siguientes datos, que obtenemos a partir de los certificados que nos da nuestro centro de trabajo, el banco, etc:

Certificado del centro de trabajo:

- Retribuciones brutas por trabajo correspondientes al año anterior: 27.560,95 euros.
- Retenciones a cuenta en el trabajo: 2.905,85 euros.
- Cotización a la Seguridad Social: 1.763,90 euros.

Certificado del banco de una cartilla de ahorro que tenemos con 73.000 pesetas:

- Intereses brutos: 2,59 euros.
- Retenciones a cuenta: 0,44 euros.

Certificado del banco referente al préstamo hipotecario contraído para comprar la vivienda:

- Cantidad satisfecha en concepto de intereses en el año anterior: 5.245,21 euros.
- Cantidad satisfecha en concepto de amortización del capital principal: 2.356,07 euros.

Además, supongamos que el año anterior nació un hijo.

Para realizar el ejercicio sigue la solución de la actividad del supuesto de entrenamiento. En concreto ten en cuenta lo siguiente:

- El contenido de la casilla 6 es de 2.260 euros.
- El contenido de la casilla 923 del *mínimo personal y familiar* es de 3.315 euros por cónyuge y 1200 euros por hijo. Supón que tienes cónyuge y que la declaración la hacéis de forma conjunta.
- Utiliza las tablas del supuesto de entrenamiento para calcular la cuota estatal y la cuota autonómica.
- Hace menos de dos años que se ha comprado el piso.

CAPÍTULO V

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. CARACTERÍSTICAS DE LAS SOLUCIONES

Este apartado es para uso exclusivo del profesorado y tiene el objetivo de facilitar la tarea de corrección de las actividades propuestas que entreguen los alumnos.

El capítulo consta de la solución de aquellas actividades que tienen una solución numérica.



2. LISTA DE ACTIVIDADES Y SU SOLUCIÓN

Actividad 2

42 m.

Actividad 4. Apartado 4.2

Es una sucesión de prismas hexagonales y prismas de base cuadrada o rectangular. Se supone que todos los prismas son rectos, si no la caída por los pozos no sería infinita como señala Borges.

Actividad 5

259,8 m².

Actividad 7

649,5 m³.

Actividad 9

375 m³.

Actividad 10

2.974,58 euros.

Actividad 12

Según Martin Gardner se trata de la proyección en tres dimensiones de un tesseract que es una especie de cubo en ¡cuatro! dimensiones.

Actividad 14

14.1. 38.897,48 euros.

14.2. 203.917,43 euros.

14.3. 7,3 años que son aproximadamente 7 años y 4 meses.

14.4. La mensualidad sería de 999,18 euros y el montante total que se tendría que pagar para amortizar el préstamo sería 119.901,6 euros.

14.5. 578,91 euros.

Actividad 16

En la fecha en el que se escribe este libro la moneda que se utiliza en las tablas que proporciona la Consejería de Hacienda de la Comunidad de Madrid es la peseta. En el anexo se ha incluido la tabla 1 en euros y pesetas. Aquí se presenta el resultado de la actividad en ambas monedas.

El precio del piso es 27.667.200 ptas. que equivalen a 166.283,22 euros. Si haces la actividad es posible que encuentres alguna pequeña diferencia con esta solución según el número de decimales que consideres.

Actividad 17

$x = 1.155,18$; $y = 693,11$; con estos resultados se puede escribir que el precio del metro cuadrado del piso se está valorando a 1.155,18 euros y el metro cuadrado de terraza a 693,11 euros.

Actividad 18

- a) El coste estimado para una estrategia basada en la posesión y uso de un coche privado es de 1.996,43 euros.
- b) El coste estimado para una estrategia basada fundamentalmente en el transporte público es de 1.310 euros.

Actividad 19

- a) No, porque la inversión de 60.000 euros que hay que hacer para comprar todos los billetes y obtener el premio seguro, no compensa los 40.000 euros de premio.
- b) 0,0001.

- c) La razón es que el libro tiene “infinitas” páginas, por consiguiente, la probabilidad de encontrar una página concreta entre un número “infinitamente grande” es infinitamente próxima a cero.

Actividad 22

Los resultados de las casillas clave son:

Casilla 07:	23.537,05 euros
Casilla 12:	2,59 euros
Casilla 925:	23.539,64 euros
Casilla 34:	7.830 euros
Casilla 35:	15.709,64 euros
Casilla 55:	3.074,9 euros
Casilla 56:	596,67 euros
Casilla 60:	1.590,19 euros
Casilla 71:	155 euros
Casilla 75:	1.926,38 euros
Casilla 102:	2.906,29 euros
Casilla 103:	- 979,91 euros

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ, V.: *Perspectiva Axonométrica y Caballera*, San Sebastián, Editorial Donostiarra, 1996.
- ÁLVAREZ, M. N.; JIMÉNEZ, M. F. (coord.): *Transversales. Educación del consumidor*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.
- Grupo AZARQUIEL: *Astronomía en la escuela*, Madrid, Grupo Azarquiel, 1996.
- BORGES, J. L.: *Ficciones*, Madrid, Alianza Emecé, 1995.
- BORGES, J. L.: *El libro de arena*, Madrid, Alianza Editorial, 1997.
- BOYER, C. B.: *Historia de la Matemática*, Madrid, Alianza Editorial, 1986.
- CACHORRO, E.: *¿Qué es y cómo se crea la sociedad cooperativa de viviendas?*, Murcia, Dirección General de Empleo y Desarrollo Cooperativo de la Región de Murcia, 1991.
- CASTELNUOVO, E.: *Geometría intuitiva*, Barcelona, Labor, 1966.
- COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID: *Guía de arquitectura y urbanismo de Madrid*, Madrid, El Colegio, 1982-1984.
- SAN ANTONIO, C. DE: *20 años de Arquitectura en Madrid. La Edad de Plata, 1918-1936*, Madrid, Consejería de Educación y Cultura de la Comunidad de Madrid, 1996.
- DOSTOYEVSKI, F. M.: *El Jugador*, Alcobendas (Madrid), LIBSA, S.A., 1999.
- ESTEVAN, A. Y SANZ, A.: *Hacia la reconversión ecológica del transporte en España*, Madrid, Los Libros de la Catarata, 1996.
- FABREGAT, J., GARCÍA, M. Y SENDRA, R.: *Curso de Astronomía. Teoría y práctica*, Paterna (Valencia), ECIR, 1997.
- GADNER, M.: *Carnaval matemático*, Madrid, Alianza Editorial, 1992.
- JARES, X. R.; MIRET, I. (coord.): *Transversales. Educación para la paz*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.
- JIMÉNEZ, M. J.; UCEDA, C. (coord.): *Transversales. Educación ambiental*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.
- JIMÉNEZ, J. M.; DOIZ, D. (coord.): *Transversales. Educación moral y cívica*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.

- MAÑERU, A. Y RUBIO, E.; NÚÑEZ, E. (coord.): *Transversales. Educación para la igualdad de oportunidades de ambos sexos*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.
- MONTOJO, R.: *Matemática 3*, Madrid, Centro de Publicaciones del MEC y Safel Editores, 1998.
- OCIO, E. S.; GARCÍA, M. (coord.): *Transversales. Educación vial*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1992.
- *Programa de educación sobre problemas ambientales en las ciudades*, Bilbao, *Los Libros de la Catarata*, forma parte del Programa Internacional de Educación Ambiental UNESCO-PNUMA, 1993.
- RUSSELL, B.: *Historia de la Filosofía occidental*, Madrid, Espasa Calpe, 1997.
- TAYLOR, J. L.: *Guía de simulación y de juegos para la educación ambiental*, Bilbao, *Los Libros de la Catarata*, forma parte del Programa Internacional de Educación Ambiental UNESCO-PNUMA, 1993.
- VARIOS AUTORES: *Aplicación de la energía y edificación en Madrid. Edificación con energía solar fotovoltaica conectada a la red*, Madrid, Dirección General de Arquitectura de la Consejería de Política Territorial de la Comunidad de Madrid, 1997.

ANEXO

TABLAS DE LA CONSEJERÍA DE PRESIDENCIA Y HACIENDA DE LA COMUNIDAD DE MADRID PARA CALCULAR EL PRECIO MÍNIMO DE REFERENCIA DE LAS PROPIEDADES INMOBILIARIAS

TABLA 1

(Se muestra el distrito de Arganzuela que es el necesario para resolver la actividad 16)

Cód.	Distrito/Barrio	Valores específicos sin corregir	
		Valor Unitario (euros/m ²)	Valor total (euros)
	2. Arganzuela	Vivienda	Plaza de Garaje
21	Imperial	1.803,04	12.020,24
22	Acacias	1.803,04	12.020,24
23	Chopera	1.682,83	12.020,24
24	Legazpi	1.682,83	10.517,71
25	Delicias	1.682,83	12.020,24
26	Palos de Moguer	1.803,04	12.020,24
27	Atocha	1.412,38	10.517,71

TABLA 2

Elemento	Factor
Piso	1
Terraza	0,6
Garaje / trastero	0,3

TABLA 3

Antigüedad (años)	Pisos	Cuartos trasteros	Plazas de garaje
1-5	0,98	1	1
6-10	0,95	1	1
11-15	0,92	0,99	0,99
16-20	0,88	0,98	0,98
21-25	0,84	0,97	0,97
26-30	0,80	0,96	0,96
31-35	0,76	0,94	0,94
36-40	0,73	0,92	0,92
41-45	0,70	0,90	0,90
46-50	0,67	0,88	0,88
51-55	0,64	0,86	0,86
56-60	0,62	0,84	0,84
61-65	0,60	0,82	0,82
66-70	0,58	0,80	0,80
71-75	0,56	0,78	0,78
76-80	0,54	0,76	0,76
81-85	0,52	0,74	0,74
86-90	0,51	0,72	0,72
Más de 90	0,50	0,70	0,70

TABLA 4

Situación del bien	Corrector
Piso exterior o sobre patio de manzana	1
Piso en planta baja o entreplanta	0,90
Piso interior (con todos sus huecos sobre patio de luces)	0,80
Piso en planta semisótano	0,80
Piso interior en semisótano	0,75

TABLA 5

Superficie construida	Corrector
Menos de 150 m ²	1
Desde 150,01 m ² hasta 180 m ²	0,95
Desde 180,01 m ² hasta 210 m ²	0,90
Desde 210,01 m ² hasta 240 m ²	0,87
Desde 240,01 m ² hasta 270 m ²	0,84
Desde 270,01 m ² hasta 300 m ²	0,82
Más de 300 m ²	0,80

A continuación se presenta la tabla 1 utilizando pesetas:

TABLA 1

(Se muestra el distrito de Arganzuela que es el necesario para resolver la actividad 16)

Cód.	Distrito/Barrio	Valores específicos sin corregir	
		Valor Unitario (pesetas/m ²)	Valor total (pesetas)
	2. Arganzuela	Vivienda	Plaza de Garaje
21		Imperial	300.000
22	Acacias	300.000	2.000.000
23	Chopera	280.000	2.000.000
24	Legazpi	280.000	1.750.000
25	Delicias	280.000	2.000.000
26	Palos de Moguer	300.000	2.000.000
27	Atocha	235.000	1.750.000





Comunidad de Madrid

CONSEJERIA DE EDUCACION

Dirección General de Ordenación Académica